

# UNIVERSITE DE AIX/MARSEILLE

Ecole Polytechnique Universitaire de Marseille  
IUSTI UMR CNRS 6595

ECOLE DOCTORALE

"MECANIQUE, PHYSIQUE, MICRO ET NANOELECTRONIQUE"

## THESE

présentée par

Mr Mickaël PAILHA

le 28 Septembre 2009

en vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE AIX/MARSEILLE

*(Arrêté du 7 août 2006)*

## **Dynamique des avalanches granulaires immergées : rôle de la fraction volumique initiale**

### JURY :

M. Eric Lajeunesse                      Rapporteur

Mme. Elisabeth Lemaire

M. Jacques Magnaudet

M. Marc Médale

M. Olivier Pouliquen                      Directeur de thèse

M. Franck Radjai                      Rapporteur



# Remerciements

En premier lieu, je tiens à souligner le réel plaisir que ces trois années passées à l'IUSTI au sein du Groupe Ecoulement de Particules (GEP) m'ont apporté. C'est une réelle joie d'avoir pu travailler avec chacun d'entre vous et si l'occasion se présentait, je revivrais cette expérience sans hésiter.

Mes premiers remerciements vont à mon directeur de thèse, Olivier. Son encadrement fut bien plus qu'une formation par la recherche, mais il a su communiquer sa passion et son enthousiasme. Je le remercie tout d'abord pour le temps qu'il m'a consacré. Je lui suis gré de toutes les qualités pédagogiques, humaines et relationnelles apprises à son contact. Je souhaite aussi souligner sa patience, son soutien moral et son optimisme contagieux permanent. Je n'oublie pas bien sûr, la formation à la recherche qu'il a su me dispenser, les sujets passionnants vers lesquels il m'a dirigé, et les personnes qu'il m'a présentées. Du plus profond du coeur, je lui adresse un chaleureux Merci ! Je remercie aussi toutes les personnes avec qui j'ai pu collaborer au cours de ce travail, en particulier Pierre Philippe et Bloen Metzger qui m'ont permis de mettre en place la visualisation iso-indice et Nicolas Taberlet qui a effectué des simulations de dynamique moléculaire.

Je suis reconnaissant envers mes rapporteurs Eric Lajeunesse et Farhang Radjai qui ont accepté de rapporter cette thèse, ainsi que tous les membres du jury Elisabeth Lemaire, Jacques Magnaudet et Marc Médale d'avoir bien voulu m'accompagner dans ces derniers pas qui ont fait de moi un docteur. Je tiens aussi à congratuler l'ensemble de ma famille qui a pris en charge l'organisation du pot de thèse qui fut un réel succès.

J'en profite pour adresser ma gratitude à l'ensemble de l'équipe GEP. Merci à chacun pour sa disponibilité, ses précieux conseils, et sa participation à faire augmenter le facteur  $p$  (en référence au talk d'Olivier pour les 10 ans du GEP). Un grand merci à Babette qui dirige cette équipe, je remercie aussi Maxime, Yoël, Pascale pour leurs compétences et leur joie de vivre, Laurence et Blanche pour leurs éclats de rires qui donnent à l'équipe une ambiance conviviale et Nathalie pour ses précieux conseils. Vous contribuez tous à l'âme de cette équipe de collègues et d'amis qui travaillent ensemble pour faire grandir en chacun l'entre-aide, la joie de vivre et la satisfaction du travail bien fait ; Merci à tous. Je tiens aussi à remercier tous les thésards, ex-thésards et post-doc qui ont partagé mon quotidien, Julien, Pierre, Bloen, Malika, Daniel, Li-hua, Florent, Loïc François et Anki, pour tous les bons moments passés ensemble.

Je remercie le laboratoire IUSTI, ainsi que son directeur Lounès pour l'accueil. Je garderai, des séances de débats animés au sein du conseil de labo, un souvenir impérissable. J'en profite pour remercier le directeur de l'école doctorale Richard Saurel, le personnel

---

administratif, Jeanne, Pascal, Micheline, Nelly, Isabelle, Audrey et Jean-Marc pour leurs nombreuses explications, l'équipe technique, Paul, Sady, Frédéric, Stéphane qui était toujours prête à donner un coup de main pour les découpes en tous genres et les équipes enseignantes à Polytech'Marseille et à l'IUT Saint Jérôme, Christophe Le Niliot, Nathalie Ehret, toujours là en TP pour réparer la casse, Hafeda Benosman, Andres Fuentes, David Brutin, Laurent Grare ainsi que Chantal Pelce.

Pour finir, je remercie tous mes amis en dehors du laboratoire pour leur soutien, leurs échanges et leurs bouffées d'air. Ils m'ont aéré l'esprit et permis d'avancer. Un immense merci à mon épouse qui a su relire avec attention et corriger les fautes du manuscrit et qui m'a apporté son soutien et m'a supporté avec beaucoup d'amour tout au long de cette aventure.

# Sommaire

<b>Préambule</b>	<b>7</b>
Rôle de l'eau dans les glissements de terrains . . . . .	7
Expérience de Iverson et al. (2000) . . . . .	8
Objectifs de la thèse . . . . .	10
<b>I Introduction</b>	<b>13</b>
I.1 Rhéologie des écoulements granulaires . . . . .	13
I.1.1 Rhéologie d'un milieu granulaire sec . . . . .	13
I.1.2 Rhéologie d'un milieu granulaire immergé . . . . .	17
I.2 Influence de la préparation : dilatance et contractance . . . . .	20
I.2.1 Observations . . . . .	20
I.2.2 Modèle d'état critique . . . . .	21
I.3 Description diphasique des événements gravitaires . . . . .	24
<b>II Dispositif expérimental</b>	<b>27</b>
II.1 Choix du dispositif . . . . .	27
II.1.1 Dimensionnement du canal . . . . .	28
II.1.2 Grains et fluides . . . . .	28
II.2 Principe de l'expérience . . . . .	30
II.2.1 Préparation de la couche uniforme . . . . .	31
II.2.2 Procédure expérimentale . . . . .	32
II.3 Techniques de mesures . . . . .	34
II.3.1 Mesure de l'épaisseur et de la fraction volumique . . . . .	34
II.3.2 Vitesse en surface . . . . .	36
II.3.3 Pression de pore . . . . .	37
II.3.4 Recalage temporel des données . . . . .	38
<b>III Résultats expérimentaux</b>	<b>41</b>
III.1 Résultats typiques et reproductibilité des résultats . . . . .	41
III.2 Dynamique d'avalanche . . . . .	44
III.2.1 Régime stationnaire . . . . .	44
III.2.2 Deux comportements transitoires : lâche et dense . . . . .	47
III.3 Etude de la phase initiale du cas dense . . . . .	47

<b>IV Une première approche théorique simple : estimation du temps d’attente</b>	<b>51</b>
IV.1 Présentation du modèle . . . . .	51
IV.2 Délai de déclenchement : expériences et estimations . . . . .	53
IV.3 Pression de pore . . . . .	54
<b>V Théorie</b>	<b>57</b>
V.1 Moyennage dans l’épaisseur . . . . .	57
V.1.1 Equations diphasiques . . . . .	58
V.1.2 Moyennage dans l’épaisseur . . . . .	60
V.2 Choix de la loi de comportement . . . . .	63
V.3 Modèle de dilatance . . . . .	64
V.4 Modèle final d’avalanche sous-marine . . . . .	65
<b>VI Comparaison du modèle avec les expériences</b>	<b>69</b>
VI.1 Prédictions du modèle . . . . .	69
VI.2 Calibration du modèle . . . . .	72
VI.2.1 Rhéologie $\mu(I)$ . . . . .	72
VI.2.2 Dilatance $\phi(I)$ . . . . .	73
VI.2.3 Seuil de déclenchement . . . . .	74
VI.3 Comparaison quantitative . . . . .	75
VI.3.1 Cas lâche, cas dense . . . . .	75
VI.3.2 Délai de déclenchement . . . . .	77
VI.3.3 Pression de pore et accélération . . . . .	78
VI.4 Conclusion . . . . .	79
<b>VII Au delà des quantités moyennées dans l’épaisseur et des écoulements uniformes</b>	<b>81</b>
VII.1 Dispositif iso-indice . . . . .	82
VII.1.1 Principe de l’iso-indice . . . . .	82
VII.1.2 Profil de vitesse dans l’épaisseur . . . . .	84
VII.1.3 Tentative de mesure de la fraction volumique . . . . .	84
VII.2 Modélisation des profils de vitesse et de fraction volumique dans le cas sec	85
VII.2.1 Mise en place des équations . . . . .	85
VII.2.2 Influence de l’état de compacité initial . . . . .	89
VII.2.3 Je me compacte, non je me dilate . . . . .	90
VII.2.4 Conclusion . . . . .	91
VII.3 Lâché de barrage . . . . .	92
<b>Conclusion</b>	<b>95</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>97</b>
<b>A Article publié dans The Journal of Fluid Mechanics</b>	<b>103</b>

**B Article publié dans Physics of Fluids**

**125**





# Préambule

## Sommaire

Rôle de l'eau dans les glissements de terrains . . . . .	7
Expérience de Iverson et al. (2000) . . . . .	8
Objectifs de la thèse . . . . .	10

## Rôle de l'eau dans les glissements de terrains

De nombreux phénomènes naturels mettent en jeu un mélange d'eau et de particules. Le couplage qui peut exister entre la phase fluide et la phase granulaire dans ces événements rend leur analyse complexe et va se trouver au coeur de ce travail de thèse. Un premier exemple de phénomène destructeur et pourtant méconnu du public est celui des avalanches sous-marines. En mer, les avalanches et glissements de terrains sont relativement plus fréquents que sur terre. Ils peuvent mettre en jeu des quantités considérables de sédiments (plusieurs millions de  $m^3$ ) s'écoulant à des angles relativement faibles et sur des distances pouvant atteindre plusieurs centaines de kilomètres. Ces caractéristiques les rendent particulièrement destructeurs, entraînant la formation de canyons. Ils représentent un problème crucial pour l'aménagement des fonds marins. Historiquement, les exemples catastrophiques ne manquent pas : des câbles de communications ont été sectionnés au fond des océans, ou encore des constructions gagnant sur la mer ont été emportées. C'est le cas de l'aéroport de Nice en 1979 : lors d'une opération de remblayage une avalanche a été déclenchée, emportant une partie de l'aéroport.

Ces écoulements sous-marins sont composés de sédiments et de fluide, il peuvent être décrits dans un premier temps en terme de courant de gravité, qui sont essentiellement des écoulements entraînés par la différence de pression hydrostatique entre un fluide lourd qui coule sous un fluide plus léger (Maxworthy *et al.* 2002). Dans cette approche, le mélange sédiments-fluide est associé à un fluide avec une masse volumique et une viscosité équivalente. Cette approche est bien adaptée aux écoulements dilués mais ne peut décrire les milieux denses, que l'on trouve par exemple à la base des courants de turbidité (Meiburg & Kneller 2010).

Une autre classe d'évènement géophysique mettant en jeu un milieu granulaire et du fluide est celle des glissements de terrain. Pour ces événements destructeurs, l'eau joue souvent un rôle prépondérant. Elle peut tout d'abord jouer un rôle déstabilisant quand



FIGURE 1 – Déstabilisation d'un sol par une source ou par infiltration d'eau de pluie.

elle coule à travers le poreux formé par le sol. L'écoulement engendre des contraintes supplémentaires qui peuvent déstabiliser le sol. La figure 1 montre comment une source d'eau ou la pénétration de la pluie dans le sol peut le déstabiliser. Un deuxième rôle moins trivial mais lourd de conséquences intervient lorsque le sol se déforme. Si la déformation du sol s'effectue avec un changement de volume, elle va induire un écoulement d'eau qui générera des contraintes supplémentaires sur le sol. Ce couplage entre déformation du sol et mouvement du fluide est une des explications souvent avancée pour expliquer la grande variété de glissements de terrains (Iverson 1997). Certains glissements sont très rapides, très mobiles et dévastateurs, tandis que d'autres sont lents et ne coulent pas très loin. La différence pourrait provenir de l'état initial du sol qui serait plus ou moins compact et donnerait donc lieu à des changements de volume différents lors du démarrage. Cette idée a été testée avec succès sur une expérience de grande taille réalisée à l'USGS.

## Expérience de Iverson et al. (2000)

L'idée de cette expérience grandeur nature est de mettre en évidence le rôle de l'état initial du sol et du couplage avec l'eau sur la dynamique de déclenchement de glissement de terrain. Une couche ( $6m^3$ ) de sable loameux est placée sur un plan incliné entre deux murs latéraux ainsi qu'un mur devant la couche qui bloque l'écoulement (figure 2). Le sol est initialement statique à une certaine compacité, puis le glissement de terrain est déclenché en arrosant en une pluie fine le sol. L'eau s'écoule dans le poreux et est évacuée en bout d'expérience par un drain. Deux expériences ont été réalisées : l'une en préparant le sol dans un état lâche, l'autre en le compactant au maximum. La première observation qui est faite est que la dynamique de déclenchement est très différente entre le sol initialement lâche et celui dense. Le sol lâche, lorsque le glissement se déclenche, se met en mouvement très rapidement, mobilise l'ensemble de la masse qui coule alors comme un liquide et dévale la pente (figure 2). Le sol initialement dense se comporte de manière radicalement

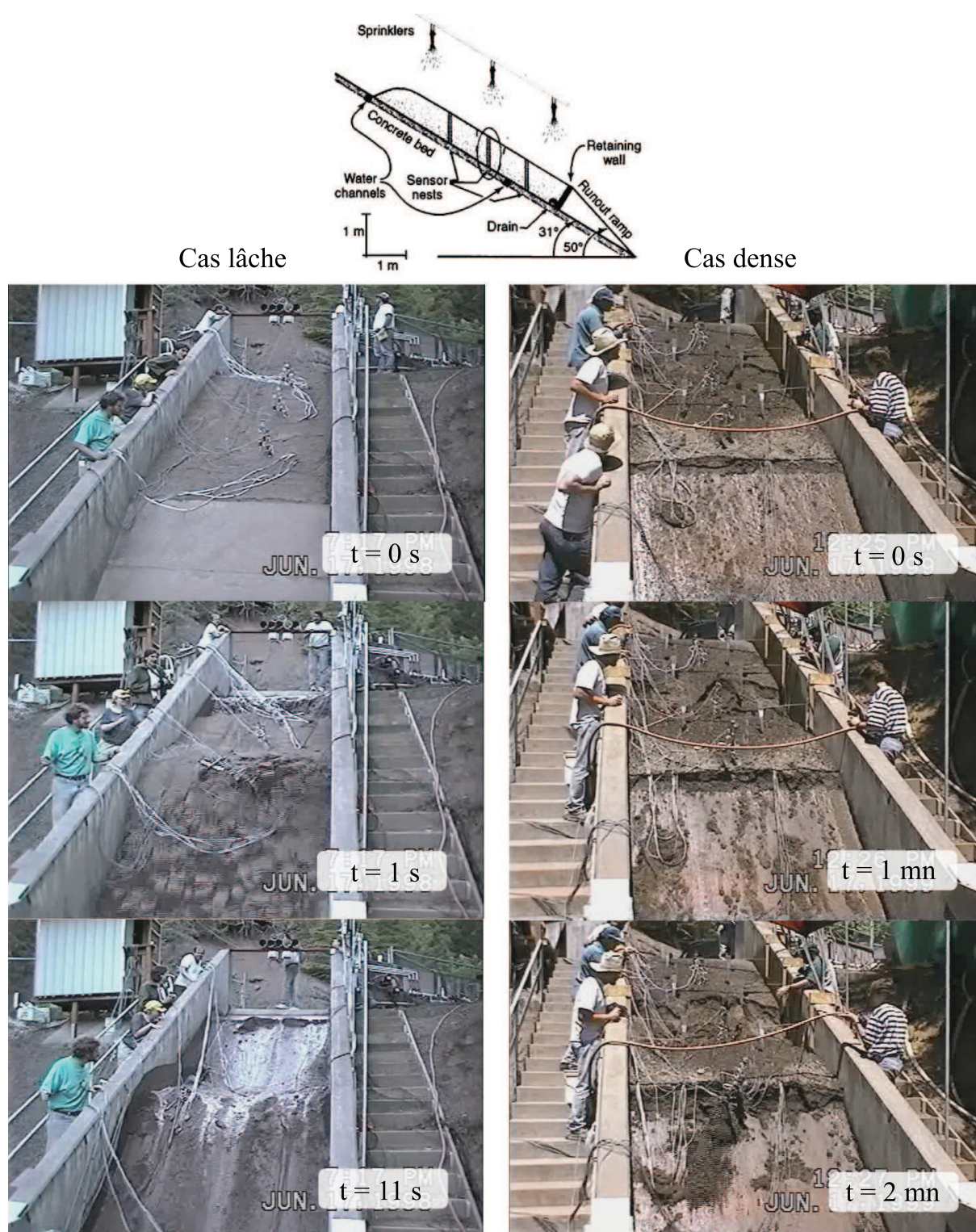


FIGURE 2 – Experience de Iverson et al. (2000) : déclenchement d'un glissement de terrain en arrosant le sol ; haut : schéma de l'expérience ; gauche : cas lâche et droite : cas dense, à  $t=0$  l'avalanche se déclenche.

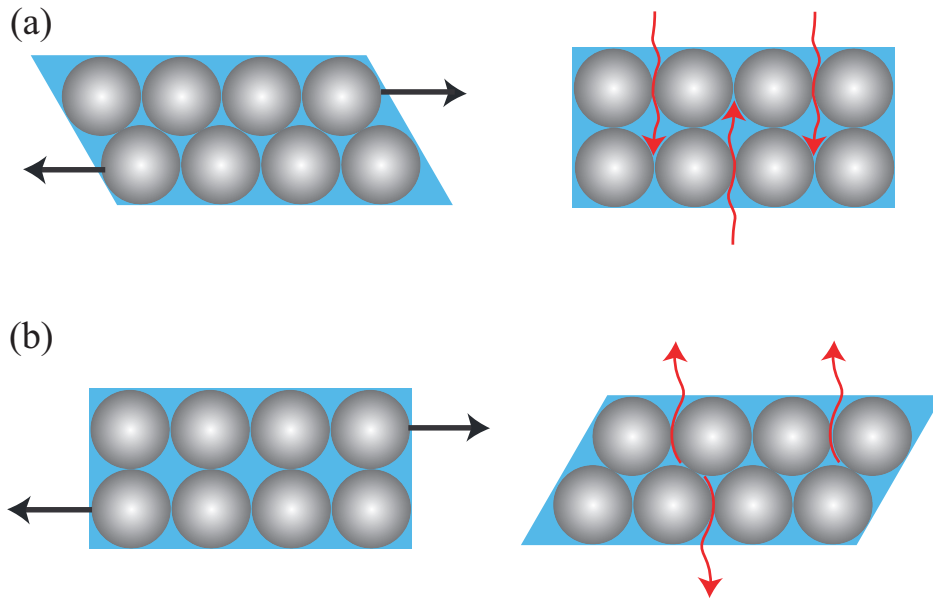


FIGURE 3 – Mécanisme de "pore pressure feedback", (a) Sol initialement dense devant se dilater pour couler, (b) Sol initialement lâche se compactant en coulant. Les flèches indiquent les mouvements de l'eau.

différente. Le sol s'effondre par morceaux, lentement, et aucun écoulement catastrophique ne se produit (figure 2). Cette expérience montre de façon convaincante le rôle de l'état initial du sol dans la dynamique du glissement de terrain. Ce phénomène peut s'expliquer qualitativement par le couplage entre la structure granulaire et la pression de pore. Quand une avalanche granulaire démarre, le matériau granulaire se déforme, et subit une variation de fraction volumique. Un sol initialement dense devra nécessairement se dilater pour couler, un grain devant passer sur le grain se trouvant juste en dessous pour avancer. Cette dilatation va nécessairement s'accompagner d'un mouvement du fluide qui va être aspiré dans les pores qui s'agrandissent (figure 3). Cette aspiration va presser les grains les uns contre les autres et augmenter la friction. Le rôle de l'eau est dans ce cas stabilisant et freine l'avalanche. Au contraire, un sol initialement lâche aura tendance à se compacter en coulant, expulsant du fluide. Cette expulsion allège les grains, diminuant la friction et facilitant le mouvement. Ce mécanisme de couplage entre mouvement du fluide et variation de volume a été appelé "pore pressure feedback", la rétroaction se faisant par la pression du fluide. Le but de la thèse va être de clarifier et d'étudier en détail ces mécanismes.

## Objectifs de la thèse

L'objectif principal de la thèse va être d'étudier expérimentalement et de modéliser le rôle de l'état initial d'une couche granulaire sur le déclenchement d'une avalanche. La première motivation a été d'essayer de reproduire à une échelle plus petite en laboratoire

l'expérience d'Iverson *et al.* (2000), afin de pouvoir contrôler précisément les paramètres et de les faire varier. Des mesures précises peuvent alors être effectuées sur un nombre assez important de manipulations. La seconde motivation plus générale était de mieux comprendre les écoulements granulaires immergés, et notamment de voir comment les récents progrès dans la compréhension des écoulements granulaires secs pourraient nous aider à appréhender le cas immergé.

Pour voir si le premier objectif est réalisable, nous pouvons tenter une expérience basique qui consiste à remplir entièrement une bouteille d'eau et d'une certaine quantité de billes de verre de  $160\mu m$  (figure 4). La bouteille est initialement posée à l'horizontale avec une couche homogène de billes dans un état lâche (préparée par sédimentation) ou dense (compactée en tapant sur la bouteille), puis inclinée afin de déclencher l'avalanche. Les photos de la figure 4 illustre l'expérience du déclenchement dans le cas lâche et dense à différents instants.

L'effet attendu est bien au rendez-vous. Au bout de 5 secondes, la couche initialement lâche a entièrement coulé alors que celle initialement dense a à peine bougé. La compaction a ralenti dramatiquement le déclenchement de l'avalanche, et il faudra compter une vingtaine de secondes pour que l'avalanche ait fini de couler.

C'est ce phénomène que nous allons étudier dans ce manuscrit. Ce manuscrit suivra le plan suivant. Nous commencerons par une introduction qui permettra de mettre en place les différents éléments dont nous aurons besoin par la suite comme la rhéologie des matériaux granulaires, la dilatance et les équations diphasiques.

Le dispositif expérimental ainsi que les techniques de mesure par traitement d'image et de mesure de la pression de pore seront présentés dans le deuxième chapitre. Le chapitre trois présentera les résultats expérimentaux avec des mesures de fraction volumique, de vitesse en surface ou encore de pression de pore, qui montreront de nettes différences suivant la compacité initiale. L'avalanche est retardée quand la compacité initiale augmente.

Les chapitres quatre et cinq présentent deux modèles. Le premier est une approche simplifiée qui stipule simplement que la friction contrebalance la gravité. La prise en compte de la dilatance permet alors de prédire le temps que met l'avalanche à se déclencher. Le deuxième modèle bien plus complet prend en compte la phase solide et la phase fluide. Une rhéologie granulaire immergée prenant en compte la dilatance est développée. Tout cela est moyenné dans l'épaisseur dans le cadre des équations diphasiques et permet de prédire toute la dynamique d'avalanche. Ce modèle est alors comparé quantitativement avec l'expérience dans le chapitre six.

Le chapitre sept présente les différentes pistes que nous avons suivies pour aller au delà de l'approche moyennée dans l'épaisseur tant expérimentalement que théoriquement. Nous présentons en particulier une méthode iso-indice qui permet de voir à l'intérieur du matériau. D'un point de vue théorique, un début de modélisation des variations dans l'épaisseur est proposé, dans le cas sec uniquement.

Pour finir, l'ensemble des conclusions est résumé dans le dernier chapitre.



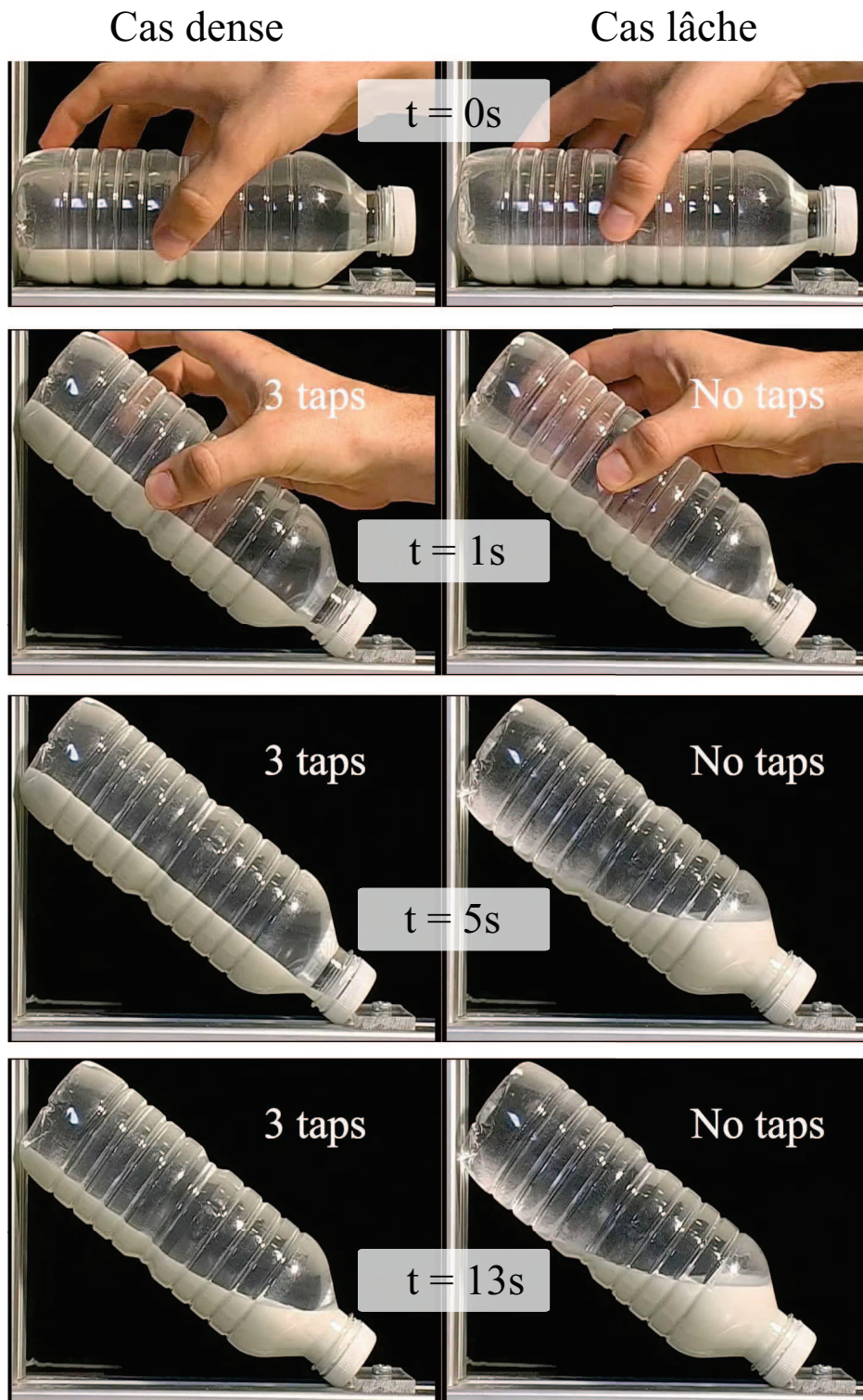


FIGURE 4 – Déclenchement d’une avalanche granulaire immergée dans une bouteille remplie d’eau et de billes de verre dont le diamètre est de  $160\ \mu m$ . Images extraites d’une vidéo consultable sur Internet à cette adresse <http://link.aip.org/mm/PHFLE6/1.3013896/012811phf2.mov>.

# Chapitre I

## Introduction

### Sommaire

<b>I.1</b>	<b>Rhéologie des écoulements granulaires . . . . .</b>	<b>13</b>
I.1.1	Rhéologie d'un milieu granulaire sec . . . . .	13
I.1.2	Rhéologie d'un milieu granulaire immergé . . . . .	17
<b>I.2</b>	<b>Influence de la préparation : dilatance et contractance . . . .</b>	<b>20</b>
I.2.1	Observations . . . . .	20
I.2.2	Modèle d'état critique . . . . .	21
<b>I.3</b>	<b>Description diphasique des évènements gravitaires . . . . .</b>	<b>24</b>

Dans ce chapitre, nous introduisons les éléments qui nous seront nécessaires pour appréhender le phénomène de déclenchement d'avalanches sous-marines : la rhéologie des écoulements granulaires, la dilatance et les équations diphasiques.

## I.1 Rhéologie des écoulements granulaires

Depuis une dizaine d'années, de nombreuses études s'intéressant à la rhéologie des matériaux granulaires ont été menées, et ont permis de proposer des lois constitutives phénoménologiques qui permettent de décrire de nombreux cas.

### I.1.1 Rhéologie d'un milieu granulaire sec

Le terme de matériau granulaire sec fait référence à un ensemble de particules rigides non browniennes qui interagissent par des forces de contacts, de frictions et de collisions.

Intéressons-nous à une configuration de cisaillement plan à pression  $p$  imposée. Une couche de grains de diamètre  $d$  et de densité  $\rho_p$  est coincée entre deux plaques rugueuses comme représenté sur la figure I.1(a). La plaque du bas est immobile alors que la plaque du haut est tirée dans la direction  $x$ . Une pression de confinement  $p^p$  est appliquée par la plaque supérieure, elle est ainsi libre de s'écarter suivant le volume occupé par la couche de grains. En tirant la plaque du haut, on impose un cisaillement  $\dot{\gamma}$ . La question est de savoir quelle est alors la contrainte tangentielle  $\tau^p$  et la fraction volumique  $\phi$ .

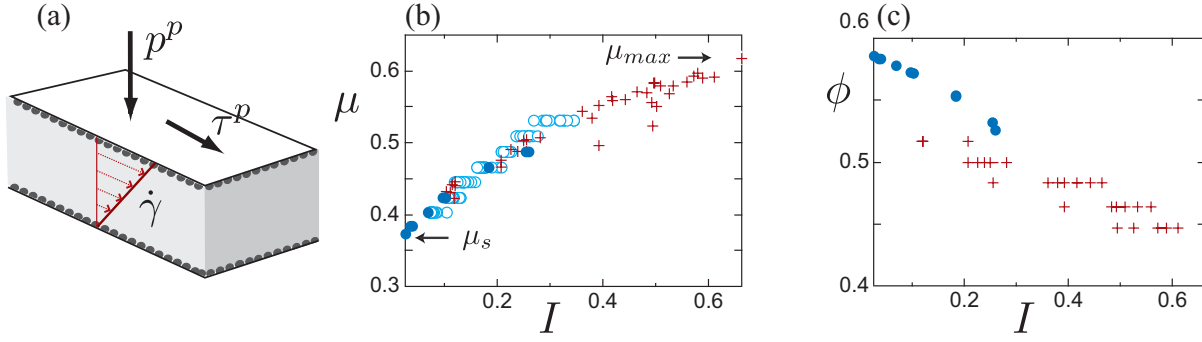


FIGURE I.1 – Lois constitutives : (a) Expérience de cisaillement plan sous une pression de confinement  $p$ , le matériau granulaire est cisailé entre deux plaques, une plaque inférieure statique et une plaque supérieure tirée avec une contrainte  $\tau$  (b) Coefficient de friction dépendant du nombre inertiel  $I$  (c) Fraction volumique dépendante de  $I$ ; Figure issue de (Forterre & Pouliquen 2008).

On peut montrer (Da Cruz *et al.* 2005; GDR MiDi 2004) que le système dans la limite d'une grande distance entre les plaques est régi par un unique nombre sans dimension :

$$I = \frac{t_{micro}}{t_{macro}} = \frac{\dot{\gamma}d}{\sqrt{p^p/\rho_p}}. \quad (\text{I.1})$$

Ce nombre inertiel  $I$  est l'unique paramètre sans dimension du problème. Il est possible d'interpréter ce nombre en terme de rapport entre deux temps (figure I.2) : un temps microscopique  $t_{micro} = d\sqrt{\frac{\rho_p}{p^p}}$  qui correspond au temps que met une bille à chuter de son diamètre lorsqu'elle est soumise à une pression  $p^p$ , et un temps macroscopique  $t_{macro} = \dot{\gamma}^{-1}$  qui correspond au temps que met une particule à se déplacer d'un diamètre par rapport à la couche du dessous sous l'effet du cisaillement  $\dot{\gamma}$ .  $I$  mesure donc le rapport entre le temps typique de réarrangement des grains et le temps de déformation. Un nombre inertiel petit correspond à un régime quasi-statique, les déformations étant plus lentes que le temps de réarrangement. Un nombre inertiel grand va conduire à un régime d'écoulement agité. Le régime d'écoulements denses auquel nous nous intéressons correspond à des nombres inertiels  $0 < I < 0.4$ .

De cet argument dimensionnel, on peut proposer les lois constitutives pour la contrainte de cisaillement  $\tau^p$  et la fraction volumique  $\phi$  qui dépendent de  $I$  :

$$\tau^p = \mu(I)p^p, \quad (\text{I.2})$$

$$\phi = \phi(I), \quad (\text{I.3})$$

L'équation I.2 s'explique simplement par le fait que la contrainte de confinement  $p^p$  est la seule échelle de contrainte. La contrainte de cisaillement s'écrit donc comme une loi de friction, avec un coefficient de friction  $\mu(I)$  qui dépend du taux de cisaillement et de la pression par l'intermédiaire du nombre  $I$ .

La loi de friction  $\mu(I)$  est représentée sur la figure I.1(b). Elle présente un seuil  $\mu_s$ ,



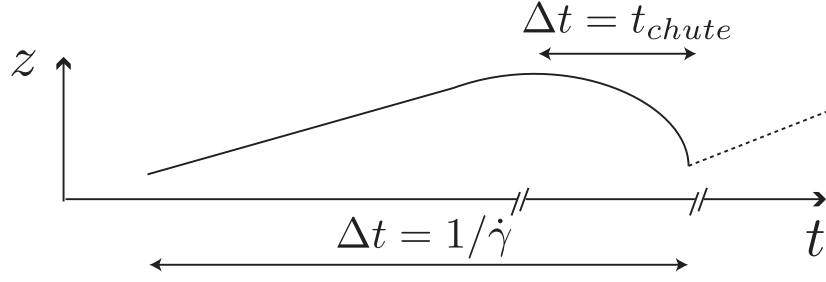


FIGURE I.2 – Parcours d’une bille permettant de définir deux temps caractéristiques  $t_{micro}$  et  $t_{macro}$ .

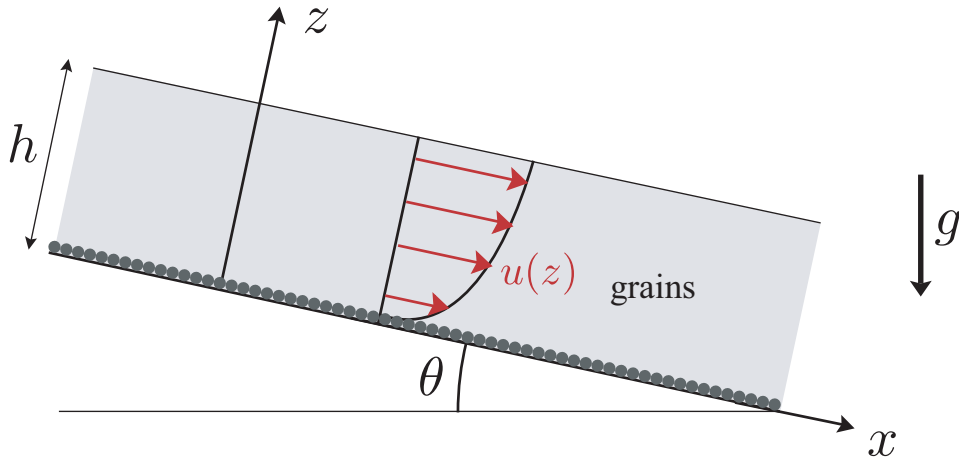


FIGURE I.3 –

augmente avec  $I$  et sature à  $\mu_{max}$  pour des grandes valeurs de  $I$ . Elle est décrite par la formule suivante (Jop *et al.* 2005) :

$$\mu(I) = \mu_s + \frac{\mu_{max} - \mu_s}{1 + I_0/I}, \quad (\text{I.4})$$

où  $I_0$  est une constante. Les paramètres  $\mu_s$ ,  $\mu_{max}$  et  $I_0$  caractérisent le matériau granulaire utilisé.

La figure I.1(c) montre la loi  $\phi(I)$ . Pour de faibles valeurs de  $I$ ,  $\phi(I)$  est à son maximum  $\phi_{max}$ , puis décroît avec  $I$  de façon quasi linéaire :

$$\phi = \phi_{max} - (\phi_{max} - \phi_{min})I. \quad (\text{I.5})$$

Afin d’illustrer les lois constitutives I.2 et I.3, considérons un écoulement sur plan incliné à un angle  $\theta$ , d’une couche d’épaisseur  $h$  de grains de densité  $\rho_p$  comme le montre la figure I.3. Le bilan de quantité de mouvement pour un écoulement stationnaire sur  $x$

et  $z$  s'écrit :

$$0 = \rho_p g \phi \sin \theta + \frac{\partial \tau^p}{\partial z} \quad (\text{I.6})$$

$$0 = -\rho_p g \phi \cos \theta - \frac{\partial p^p}{\partial z}. \quad (\text{I.7})$$

La pression granulaire est alors égale à  $p^p = \rho_p g \phi \cos \theta (h - z)$  et la contrainte de cisaillement  $\tau^p = \rho_p g \phi \sin \theta (h - z)$ . D'après I.2, on obtient donc que

$$\mu(I) = \frac{\tau^p}{p^p} = \tan \theta = \mu_s + \frac{\mu_{max} - \mu_s}{1 + I_0/I}, \quad (\text{I.8})$$

Le nombre inertiel  $I$  est donc constant dans la couche. Il ne dépend pas de  $z$ , mais uniquement de l'angle :

$$I = I_0 \frac{\tan \theta - \mu_s}{\mu_{max} - \tan \theta}. \quad (\text{I.9})$$

Une conséquence immédiate est que la fraction volumique  $\phi$  est également constante dans la couche. La seconde prédiction concerne le profil de vitesse. D'après I.9, le taux de cisaillement s'écrit :

$$\dot{\gamma} = \frac{I(\theta)}{d} \sqrt{g \phi \cos \theta (h - z)}. \quad (\text{I.10})$$

Puis par intégration, le profil de vitesse :

$$u = \frac{2}{3} \frac{I(\theta)}{d} \sqrt{g \phi \cos \theta} (h^{3/2} - (h - z)^{3/2}). \quad (\text{I.11})$$

Le profil de vitesse prédit par la loi  $\mu(I)$  est donc un profil dit de Bagnold (GDR MiDi 2004), avec une vitesse qui varie comme la profondeur à la puissance  $3/2$ . Cette prédiction correspond bien aux mesures réalisées en simulation numérique discrète (GDR MiDi 2004). Devant le succès des lois constitutives I.2 et I.3, une généralisation tensorielle a été proposée (Jop *et al.* 2006). La rhéologie est alors donnée par un modèle visco-plastique pour le tenseur de contraintes :

$$\sigma_{ij}^p = -p^p \delta_{ij} + \tau_{ij}^p \quad (\text{I.12})$$

où  $p^p$  est la pression isotrope et

$$\tau_{ij}^p = \eta \dot{\gamma}_{ij} \quad \text{avec} \quad \eta = \frac{\mu(I) p^p}{|\dot{\gamma}|} \quad (\text{I.13})$$

Dans cette formulation,  $|\dot{\gamma}|$  est le second invariant du tenseur :  $|\dot{\gamma}| = \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\gamma}_{ij} \dot{\gamma}_{ij}}$ .

Ces lois constitutives ont eu un réel succès pour décrire diverses configurations. Les écoulements sur tas entre deux plaques rugueuses (Jop *et al.* 2006), les instabilités à la surface d'un écoulement sur plan incliné d'une couche de grains (Forterre 2006), et plus récemment le collapse d'une colonne granulaire sur un plan horizontal (Lacaze & Kerswell 2009) sont des exemples de systèmes bien décrits par la rhéologie proposée. Cette formulation

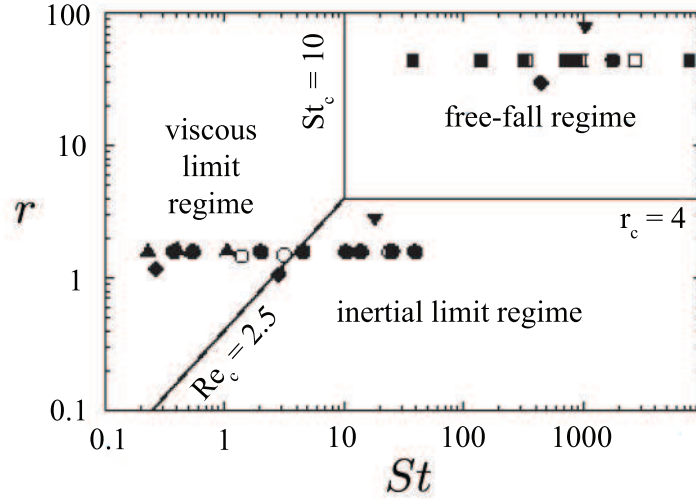


FIGURE I.4 – Les trois régimes d’avalanche (Courech du Pont *et al.* 2003).

visco-plastique représente un premier pas vers la représentation du caractère visqueux des écoulements granulaires. Cependant, il existe de sérieuses limites si on s’intéresse à un écoulement quasi-statique lent. La première limite concerne le profil de vitesse observé pour un écoulement quasi-statique (Forterre & Pouliquen 2008). Souvent, des bandes de cisaillement se développent (Mueth *et al.* 2000), qui ne sont pas décrites par le modèle. Deuxièmement, le seuil d’écoulement est décrit dans le modèle comme un critère de Coulomb, alors que les expériences montrent des comportements plus complexes avec des effets de taille finie et d’hystérésis (Pouliquen 1999). Malgré ces limites, la rhéologie  $\mu(I)$  est prometteuse, et a servi de point de départ pour appréhender les écoulements granulaires sous marins.

### I.1.2 Rhéologie d’un milieu granulaire immergé

La différence avec le cas sec réside dans la présence d’un fluide interstitiel. Il est donc primordial de comprendre l’influence du fluide interstitiel sur l’écoulement granulaire. De nombreuses études ont été menées sur les suspensions diluées ou semi-diluées, s’intéressant principalement au régime dominé par les interactions hydrodynamiques entre particules. Or à concentration plus élevée, il existe des contacts entre les grains, et les interactions frictionnelles deviennent prépondérantes (Ancey *et al.* 1999; Huang *et al.* 2005). Dans le but de comprendre le rôle du fluide dans ces régimes très denses, différentes expériences récentes ont été réalisées dans diverses configurations. Une première expérience importante a été réalisée par Courech du Pont *et al.* (2003) dans une géométrie de tambour tournant. Un cylindre à moitié rempli de grains et plein de liquide est mis en rotation lente pour déclencher des avalanches successives à la surface. Les auteurs se sont intéressés au temps que met une avalanche à s’écouler puis s’arrêter. Ils ont mis en évidence trois régimes d’écoulements (figure I.4). Ces régimes sont contrôlés par deux nombres qui sont le nombre de Stokes  $St$  qui détermine le rapport entre l’inertie des grains et les effets visqueux du

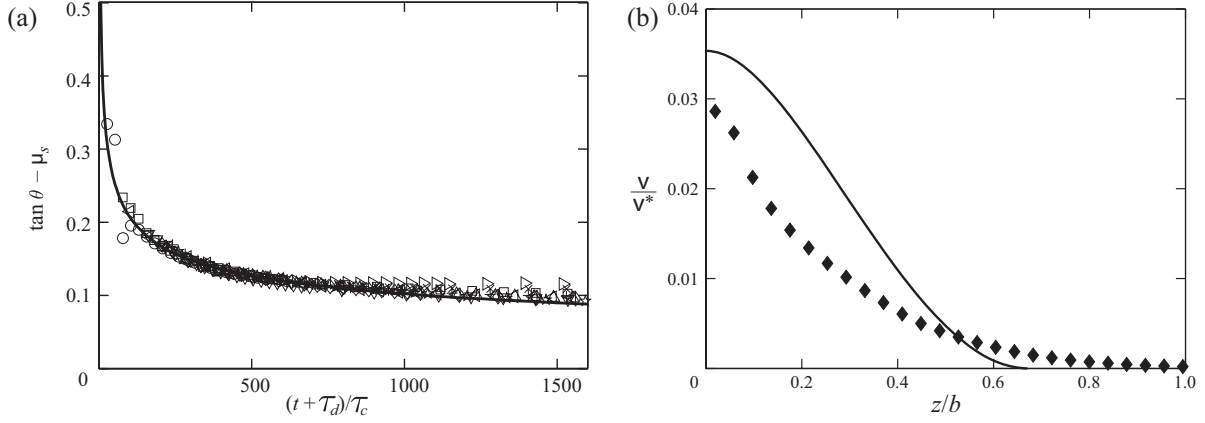


FIGURE I.5 – Écoulements granulaires immergés en surface sur un tas : (a) Evolution de l'angle  $\theta$  adimensionné de l'avalanche pour différents angles initiaux de  $32.6^\circ$  à  $38.4^\circ$ , théorie en trait continu (b) profil de vitesse adimensionnée des grains selon l'épaisseur  $z$ ,  $\blacklozenge$  : données expérimentales, théorie en trait continu.

fluide, et la racine du rapport de densité  $r$  des grains sur celle du fluide. Il existe un premier régime de "chute libre", dans lequel l'avalanche accélère sur toute la longueur du tambour pour des nombres de Stokes et de rapport de densité élevés. A faible nombre de Stokes se trouve le régime visqueux pour lequel la durée d'avalanche est contrôlée par un temps visqueux, puis à faible rapport de densité, un régime inertiel où la durée d'avalanche est contrôlée par un temps inertiel.

D'un point de vue rhéologique, des études ont été menées principalement dans le régime visqueux notamment par Cassar *et al.* (2005) dans une configuration d'écoulement sur plan incliné et Doppler *et al.* (2007) dans une configuration d'écoulement sur tas entre deux parois.

Ces deux études se basent sur une idée simple de tenter d'appliquer la rhéologie obtenue et validée dans le cas des écoulements granulaires secs au cas visqueux. L'idée est la suivante. Nous avons vu que le paramètre important semble être le nombre  $I$ , rapport entre le temps de chute d'une bille dans un trou et le temps  $1/\dot{\gamma}$ . Pour décrire un écoulement granulaire immergé, une proposition a été d'introduire un nombre  $\mathcal{I}$  pour le cas visqueux en adaptant le temps de chute d'une bille.

Pour cela, le temps de chute  $t_{micro}$  devient un temps visqueux donné par  $t_{micro} = \eta/p^p$  et  $I$  est redéfini en nombre visqueux  $\mathcal{I}$  :

$$\mathcal{I} = \frac{\eta_f \dot{\gamma}}{p^p} \quad (\text{I.14})$$

où  $\eta_f$  est la viscosité du fluide interstitiel. L'hypothèse importante est que la forme des lois  $\mu(\mathcal{I})$  et  $\phi(\mathcal{I})$  reste inchangée, seul le nombre inertiel  $I$  est changé en nombre visqueux  $\mathcal{I}$ .

Cette loi a été testée avec succès sur les expériences de plan incliné (Cassar *et al.* 2005). Elle permet de rendre compte des variations de vitesse fonction de l'angle et de l'épaisseur

dans un régime d'écoulement stationnaire et uniforme. Elle a permis également de prédire certaines observations faites par Doppler *et al.* (2007). La variation de l'angle fonction du temps ainsi que le profil de vitesse (figure I.5) sont assez bien prédits par la loi de friction  $\mu(\mathcal{I})$  associée à la prise en compte de friction aux parois inhérentes à la configuration de Hele-Shaw.

Pour illustrer cette loi de friction des écoulements granulaires immergés, considérons l'exemple de l'écoulement d'une couche de grains immergée sur plan incliné que l'on retrouvera tout au long de cette thèse. Le fluide a une densité  $\rho_f$ . La conservation de la quantité de mouvement donne :

$$0 = (\rho_p - \rho_f)g\phi \sin \theta + \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (\text{I.15})$$

$$0 = -(\rho_p - \rho_f)g\phi \cos \theta - \frac{\partial p^p}{\partial z} \quad (\text{I.16})$$

A l'état stationnaire, on retrouve le résultat  $\tan \theta = \mu(\mathcal{I})$ .  $\mathcal{I}$  est donc constant dans l'épaisseur, donné par la même relation I.9 qu'en sec. Le profil du taux de cisaillement est donc :

$$\dot{\gamma} = \frac{\mathcal{I}(\theta)\Delta\rho g\phi \cos \theta}{\eta}(z - h), \quad (\text{I.17})$$

puis par intégration, le profil de vitesse :

$$u = \frac{\mathcal{I}(\theta)\alpha\Delta\rho gh^2\phi \cos \theta}{2\eta}\left(1 - \frac{(z - h)^2}{h^2}\right), \quad (\text{I.18})$$

La loi  $\mu(\mathcal{I})$  dans le cas immergé prédit donc un profil parabolique. On remarquera que la loi d'échelle en puissance 3/2 dans le cas sec et 2 dans la cas immergé est indépendant de la forme de la loi de friction mais dépend entièrement de l'écriture du nombre sans dimension  $I$  ou  $\mathcal{I}$ . Nous utiliserons cette prédiction dans la suite et nous dérivons ici quelques relations qui seront utiles. Tout d'abord, la vitesse en surface est égale à  $u_s = \frac{I\alpha\Delta\rho gh^2\phi \cos \theta}{2\eta}$ . En moyennant l'expression I.18, nous trouvons également la relation pour la vitesse moyenne  $\bar{u} = \frac{1}{h} \int_0^h u dz$

$$\bar{u} = \frac{2}{3} \frac{I\alpha\Delta\rho gh^2\phi \cos \theta}{2\eta} = \frac{2}{3} u_s, \quad (\text{I.19})$$

cette relation entre vitesse moyenne et vitesse en surface pour un profil parabolique nous sera utile par la suite.

On peut également calculer le taux de cisaillement à la base  $\dot{\gamma}_b$  ainsi que  $\mathcal{I}_b$  à la base :

$$\dot{\gamma}_b = \frac{2u_s}{h} = \frac{3\bar{u}}{h} \quad (\text{I.20})$$

$$\mathcal{I}_b = \frac{3\eta\bar{u}}{\alpha hp} \quad (\text{I.21})$$

que nous utiliserons dans le cadre des équations moyennées dans l'épaisseur qui fera intervenir les quantités à la base.

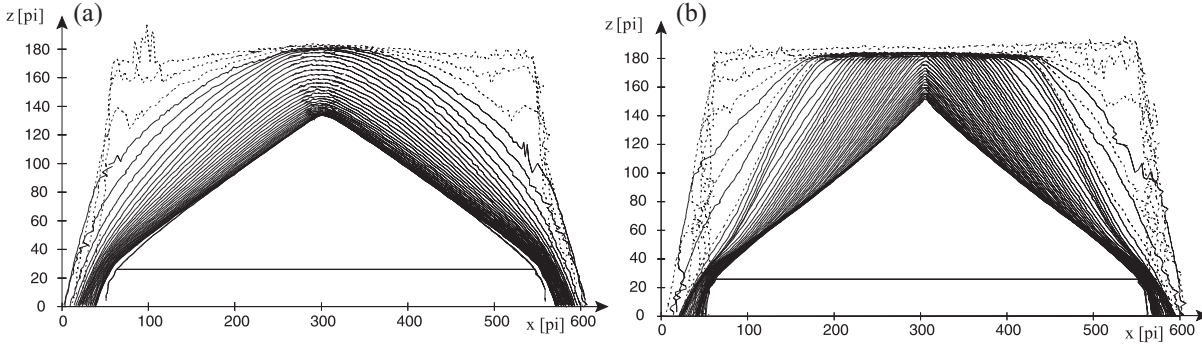


FIGURE I.6 – Effondrement d’une colonne granulaire (a) Cas lâche, (b) Cas dense

## I.2 Influence de la préparation : dilatance et contraction

### I.2.1 Observations

Les approches précédentes tant en sec qu’en immergé, concernent les écoulements établis. Elles ne permettent pas de prendre en compte les phases transitoires pour lesquelles la préparation du milieu joue un rôle important. Nous avons déjà vu dans le préambule à cette thèse l’expérience de Iverson *et al.* (2000) sur le déclenchement de glissements de terrains. Il s’agit d’un exemple d’écoulement granulaire fortement influencé par la préparation.

En l’absence de liquide interstitiel, la préparation de l’empilement peut également jouer un rôle important. Daer (1999) s’est intéressé à l’effondrement d’une colonne de grains et à la sensibilité à la préparation. Il a montré qu’un tas initialement lâche s’effondre différemment d’un tas initialement compacté par vibration (Daer & Douady 1999). Pour l’empilement lâche I.6.(a), la relaxation vers le cône final est très rapide avec le haut arrondi dès le début. Dans le cas dense I.6.(b), les coins se fracturent et tombent. La zone d’écoulement est caractérisée par une partie supérieure raide se déplaçant lentement vers l’intérieur et une partie inférieure s’écoulant à l’angle d’empilement final.

Sous-jacent à ces dynamiques complexes se trouve une propriété bien connue des milieux granulaires qu’est la dilatance. Lorsqu’il se déforme, un empilement granulaire peut soit se dilater soit se contracter suivant son état initial. Le premier à avoir mis en évidence ce phénomène est Reynolds (1886). Son expérience consiste à remplir un récipient déformable (type ballon de baudruche) de particules et d’eau (figure I.7). Le récipient fermé, un tube sort du récipient indiquant le niveau d’eau. En compressant le récipient on pourrait s’attendre à ce que le niveau d’eau augmente, comme pour un fluide, mais au contraire, le niveau diminue. Cela s’explique par le fait qu’en appuyant sur le matériau granulaire initialement dense, il est cisailé, ce qui va provoquer une augmentation de volume du récipient et donc une diminution du niveau d’eau. Ce caractère dilatant des milieux granulaires joue donc un rôle important dans l’initiation des déformations, et a

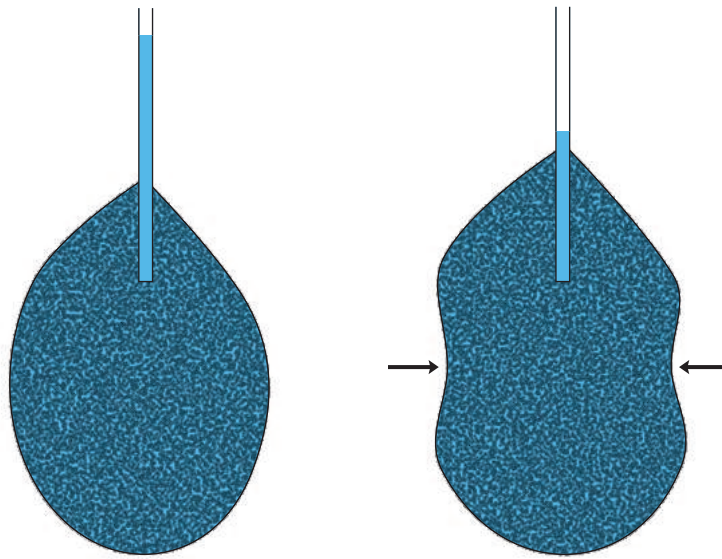


FIGURE I.7 – Dilatance : expérience de Reynolds

fait l'objet de nombreuses études en mécanique des sols.

### I.2.2 Modèle d'état critique

La dilatance ou contractance dans un milieu granulaire est un phénomène bien connu et étudié en mécanique des sols. Une façon de le mettre proprement en évidence est de considérer une cellule de cisaillement (figure I.8(a)). Elle est constituée de deux parties pouvant glisser l'une sur l'autre.

Une contrainte normale  $P$  est appliquée et la partie supérieure est déplacée de  $\Delta x$  pour cisailier le matériau. On mesure alors la contrainte tangentielle  $\tau$  et la position  $\Delta y$  de la boîte supérieure qui est libre de se déplacer verticalement. Les courbes I.8(b et c) montrent respectivement la contrainte  $\tau$  et le déplacement vertical  $\Delta y$  en fonction du déplacement  $\Delta x$  de la cellule supérieure. En cisailant l'échantillon initialement lâche, il diminue de volume : c'est le phénomène de contractance. La contrainte nécessaire à ce déplacement est au départ très faible et croît progressivement. Pour l'échantillon dense, une forte contrainte de cisaillement va d'abord être nécessaire au déplacement ce qui va provoquer une faible diminution du volume suivi par une augmentation du volume plus significative. C'est le phénomène de dilatation qui se produit. Une fois cette dilatation engagée, la contrainte de cisaillement diminue. Le point important à remarquer est que pour de larges déformations, la contrainte nécessaire au cisaillement et le volume de l'éprouvette des deux échantillons lâche et dense évoluent vers un même état. Cet état est dénommé "état critique" et est indépendant de l'état initial de l'échantillon ; il est donc caractérisé par les propriétés intrinsèques du matériau.

De nombreux modèles d'état critique ont été proposés pour décrire ces phénomènes (Schofield & Wroth 1968; Roux & Radjai 1997). Ils permettent de décrire la déformation

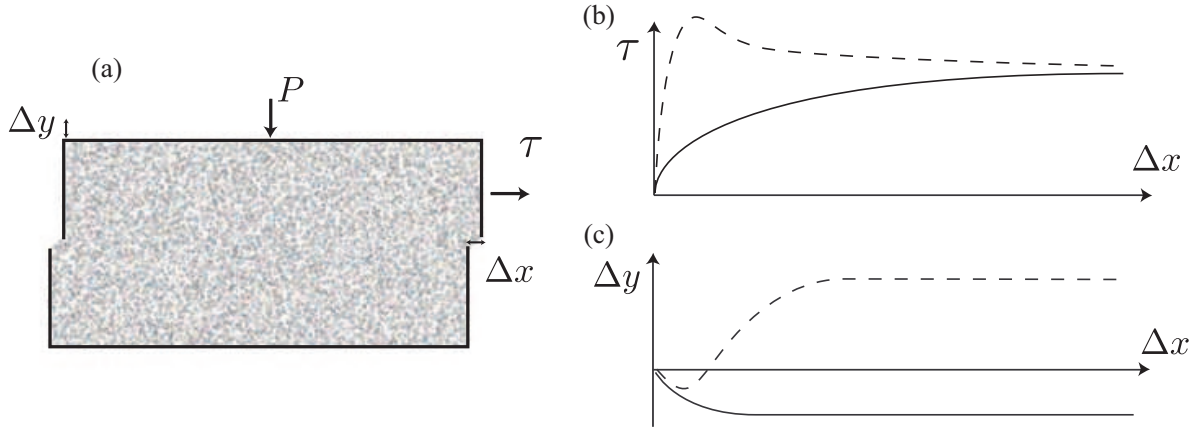


FIGURE I.8 – (a) Cisaillement d’une éprouvette granulaire ; Contrainte nécessaire au cisaillement (b) et variation de hauteur de l’éprouvette (c) en fonction du déplacement ; ligne continue : empilement lâche, pointillés : empilement dense.

initiale d’un échantillon granulaire pour modéliser la dilatance ou la contractance.

Le modèle le plus simple (Roux & Radjai 1997) va nous intéresser ici, et concerne des milieux faiblement contractant. Il consiste à introduire un angle de dilatance  $\psi$  qui relie le mouvement vertical d’une couche de grains par rapport à celle du dessous quand un cisaillement est appliqué,  $\Delta Z = \tan \psi \Delta X$  (figure I.9). Un angle de dilatance positif (respectivement négatif) correspond à un comportement dilatant (respectivement contractant). L’hypothèse principale que font Roux & Radjai est de considérer que le caractère dilatant-contractant dépend de la fraction volumique  $\phi$ . Une première description simple consiste à supposer une variation linéaire entre  $\psi$  et  $\phi$  :

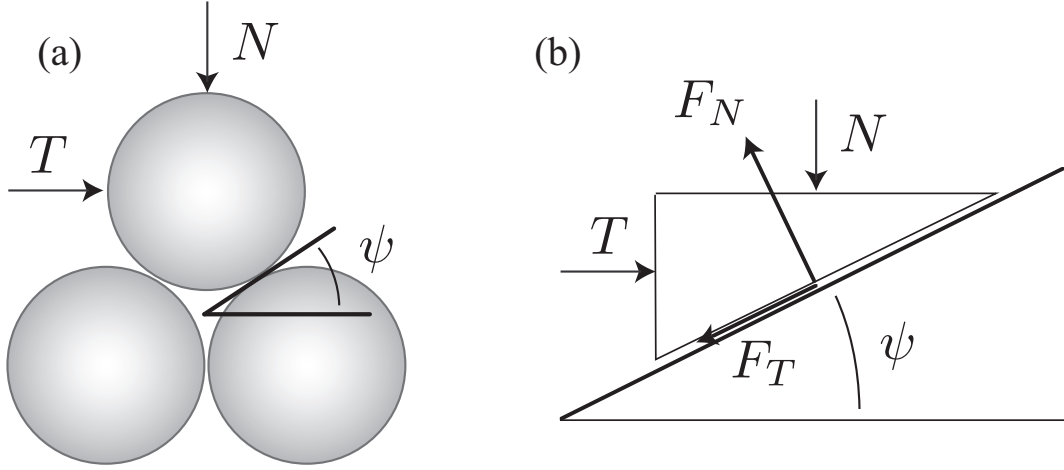
$$\psi = K(\phi - \phi_c) \quad (\text{I.22})$$

où  $\phi_c$  est la fraction volumique à l’état critique. Si  $\phi$  est plus grand (resp. plus petit) qu’une valeur critique  $\phi_c$ ,  $\psi$  est positif (resp. négatif) et la dilatance (resp. compaction) se produit.

Reste à voir comment intégrer cet angle de dilatance dans un modèle de friction simple (Rowe 1975). Pour ce faire, il est utile de considérer le système de trois billes où l’angle de dilatance  $\psi$  est simplement l’angle au contact (figure I.9). Calculons la force  $T$  tangentielle à appliquer pour bouger une bille qui repose dans le creux formé par deux billes inférieures I.9.(a) et soumise à une force verticale  $N$ . Tout se passe comme si le problème se réduisait à un coin que l’on pose sur un plan incliné d’un angle  $\psi$  comme le montre la figure I.9.(b). La loi de friction lors du glissement du coin donne la relation suivante :  $F_T = \tan \delta F_N$  où  $\delta$  est l’angle de friction. En procédant au changement de repère  $F_T = T \cos \psi - N \sin \psi$  et  $F_N = N \cos \psi + T \sin \psi$ , on obtient la relation reliant  $T$  à  $N$  :

$$T = \tan(\delta + \psi)N. \quad (\text{I.23})$$




 FIGURE I.9 – Modèle de friction de Rowe incluant l'angle de dilatance  $\psi$ 

Cette nouvelle loi de friction garde la relation de proportionnalité entre les forces tangentielles et normales. Un nouveau coefficient de friction est défini dépendant à la fois de l'angle de friction entre les grains  $\delta$  et de l'angle de dilatance  $\psi$ .

Si l'on généralise cela à un milieu granulaire, on peut proposer que la contrainte tangentielle d'un milieu que l'on cisaille lentement est donné par la loi :

$$\tau^p = (\mu_c + \tan \psi)p^p. \quad (\text{I.24})$$

où  $\mu_c$  est le coefficient de friction à l'état critique, c'est à dire quand il n'y a plus de dilatance. Cette relation nous indique que l'aspect dilatant ou contractant introduit une contribution au coefficient de friction.

Le modèle de Roux & Radjai s'écrit donc ainsi pour un cisaillement plan où la contrainte normale  $p^p$  est imposée.

$$\tau^p = (\mu_c + \tan \psi)p^p \quad (\text{I.25})$$

$$\tan \psi = K(\phi - \phi_c) \quad (\text{I.26})$$

$$\frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{d\gamma} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \psi \quad (\text{I.27})$$

où  $\gamma = \frac{\Delta x}{h}$  est la déformation. La première équation donne la contribution de l'angle de dilatance au coefficient de friction. La seconde relie l'angle de dilatance à l'écart à la fraction volumique critique. La dernière implique que l'angle de dilatance contrôle les variations de fraction volumique. Elle est donnée par le lien entre la variation de la position verticale et la variation de la fraction volumique induite. Cette relation est obtenue comme suit : la conservation de la masse dans la cellule de cisaillement implique que  $\phi h = \text{constante}$  si  $h$  est la hauteur de la couche granulaire. Lors d'une petite déformation on a

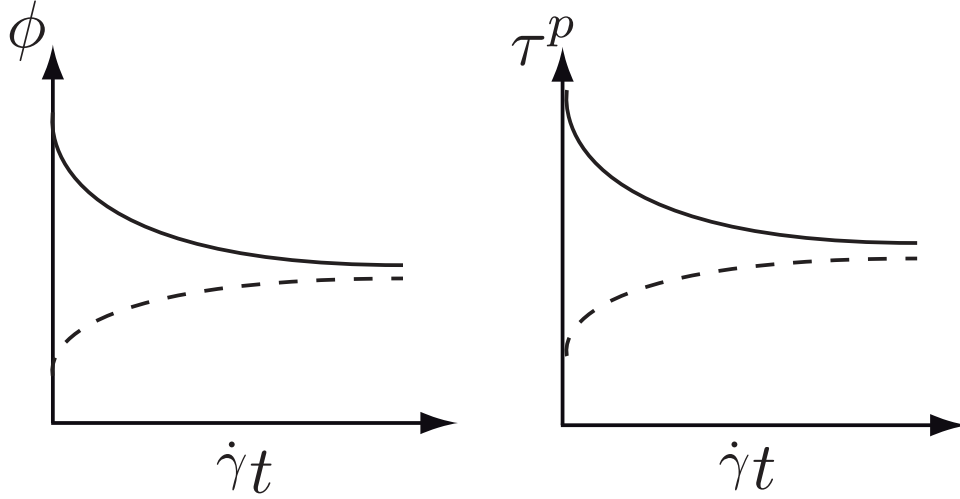


FIGURE I.10 – Evolution de la fraction volumique  $\phi$  et de la contrainte  $\tau^p$  en cisillant le matériau granulaire, cas dense en trait plein et cas lâche en pointillés

donc :

$$d\phi = \frac{dy}{H} \phi \quad (\text{I.28})$$

$$\frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dx} = \frac{1}{H} \frac{dy}{dx} \quad (\text{I.29})$$

Or si on suppose que la déformation est homogène, la déformation de l'échantillon est  $\gamma = dx/H$ . On trouve ainsi que les variations de la fraction volumique avec la déformation imposée est donnée par la relation I.27.

A partir de I.26 et I.27, le modèle simple prédit donc l'évolution suivante pour  $\phi$  fonction de la déformation :

$$\frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{d\gamma} = K(\phi - \phi_c). \quad (\text{I.30})$$

La figure I.10 montre l'évolution de  $\phi$  suivant sa valeur initiale. Si l'on part de  $\phi \neq \phi_c$ ,  $\phi$  relaxe donc vers  $\phi_c$  sur une déformation de l'ordre de  $1/(K\phi_c)$ .

Ce formalisme simple permet donc de décrire les caractères dilatants et contractants. En revanche, il ne décrit que les déformations quasi-statiques et devra être adapté pour être compatible avec les lois rhéologiques présentées avant.

### I.3 Description diphasique des évènements gravitaires

Un dernier élément dont nous aurons besoin pour décrire les avalanches sous-marines est la description diphasique des mélanges grains-fluide. Les équations diphasiques (Jackson 2000) permettent de modéliser un écoulement de deux phases en les interprétant comme deux milieux continus qui s'interpénètrent. Considérons l'écoulement d'une phase solide (les grains) et d'une phase fluide. Soit  $u^p$  et  $u^f$  les vitesses des phases solides et fluide,  $\rho_p$  et

$\rho_f$  leur densité et  $\phi$  la fraction volumique de la phase solide. La conservation de la masse pour chacune des deux phases donne :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}^p \phi) = 0 \quad (\text{I.31})$$

$$\frac{\partial (1 - \phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}^f (1 - \phi)) = 0, \quad (\text{I.32})$$

et la conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho_p \phi \left( \frac{\partial \mathbf{u}^p}{\partial t} + \mathbf{u}^p \cdot \nabla \mathbf{u}^p \right) = \nabla \cdot \sigma^p + \mathbf{f} + \rho_p \phi \mathbf{g} \quad (\text{I.33})$$

$$\rho_f (1 - \phi) \left( \frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial t} + \mathbf{u}^f \cdot \nabla \mathbf{u}^f \right) = \nabla \cdot \sigma^f - \mathbf{f} + \rho_f (1 - \phi) \mathbf{g}. \quad (\text{I.34})$$

où  $\sigma^p$  et  $\sigma^f$  sont respectivement les tenseurs des contraintes de la phase solide et fluide et  $\mathbf{f}$  la force d'interaction entre les deux phases.

En principe, ces équations permettent de décrire le comportement du mélange grains-fluide. Toute la difficulté réside dans le choix de  $\sigma^p$ ,  $\sigma^f$  et  $\mathbf{f}$ , que nous discuterons en détail dans cette thèse. Nous voyons dès à présent que les éléments de rhéologie des milieux granulaires introduits précédemment vont nous aider à proposer des lois constitutives pour  $\sigma^p$ .

Avant de s'attaquer au coeur de la thèse, soulignons que les équations diphasiques ont servi de cadre à de nombreux modèles tentant de décrire les écoulements géophysiques impliquant des mélanges de grains et de liquide. Berzi & Jenkins (2008 a-b) ont considéré le problème d'un écoulement stationnaire et pleinement développé de fluide et de particules s'écoulant sur une pente. Ils firent l'hypothèse que la rhéologie de la phase fluide est décrite par une viscosité effective turbulente et celle de la phase granulaire par la loi de friction  $\mu(I)$  dépendante du taux de cisaillement (Da Cruz *et al.* 2005; Jop *et al.* 2006) que nous avons introduite dans ce chapitre. Cette approche décrit avec succès les profils de vitesse et de densité observés expérimentalement par Armanini *et al.* (2005), dans laquelle un mélange de grains et d'eau est injecté en continu en haut d'une pente. Cette approche est restreinte aux écoulements stationnaires et pleinement développés et ne prend pas en compte les effets de dilatance.

Iverson & Denlinger (2001) et Pitman & Le (2005) ont développé une version moyennée dans l'épaisseur des équations diphasiques, en faisant l'hypothèse d'une couche mince. Le modèle est capable de décrire des configurations instationnaires et non-uniformes rencontrées dans les écoulements géophysiques. Dans leurs travaux, la phase granulaire a été décrite comme un matériau de Coulomb et à nouveau, la dilatance n'est pas présente.

Pour décrire nos expériences sur le déclenchement des avalanches, nous verrons que ces approches moyennées dans l'épaisseur vont s'avérer pertinentes. Il faudra par contre travailler sur les lois de comportements afin de prendre en compte la rhéologie des milieux granulaires ainsi que les phénomènes de dilatance.



# Chapitre II

## Dispositif expérimental

### Sommaire

---

<b>II.1 Choix du dispositif . . . . .</b>	<b>27</b>
II.1.1 Dimensionnement du canal . . . . .	28
II.1.2 Grains et fluides . . . . .	28
<b>II.2 Principe de l'expérience . . . . .</b>	<b>30</b>
II.2.1 Préparation de la couche uniforme . . . . .	31
II.2.2 Procédure expérimentale . . . . .	32
<b>II.3 Techniques de mesures . . . . .</b>	<b>34</b>
II.3.1 Mesure de l'épaisseur et de la fraction volumique . . . . .	34
II.3.2 Vitesse en surface . . . . .	36
II.3.3 Pression de pore . . . . .	37
II.3.4 Recalage temporel des données . . . . .	38

---

Ce deuxième chapitre a pour but de décrire le dispositif expérimental, de présenter les principaux problèmes rencontrés et leurs solutions, et d'expliquer les choix techniques qui ont été faits.

### II.1 Choix du dispositif

Le choix du dispositif est important et doit nous permettre de réaliser des expériences reproductibles sans effets parasites qui viendraient modifier l'étude.

Notre but dans cette étude est de mettre en évidence l'influence de la fraction volumique initiale sur le déclenchement d'un écoulement granulaire immergé. Pour simplifier le problème, nous allons nous intéresser à un milieu granulaire complètement immergé et uniforme dans la longueur pour nous affranchir des variations spatiales. Le principe retenu est celui du plan incliné représenté par la figure II.1. Il consiste en une boîte fermée remplie de grains et de fluide. Une couche uniforme est préparée à l'horizontale puis inclinée. L'avalanche se déclenche et deux fronts se développent aux extrémités. Nous nous intéressons à la partie centrale qui reste uniforme.

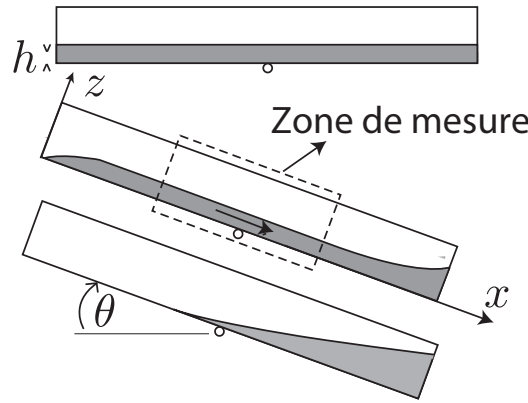


FIGURE II.1 – Principe de l'expérience : déclenchement d'une couche granulaire immergée

### II.1.1 Dimensionnement du canal

La taille du canal est primordiale. Dans l'idéal, il faudrait un canal très long dans le sens de l'écoulement afin que la zone centrale de mesure reste uniforme le plus longtemps possible, permettant d'atteindre l'état stationnaire. Le choix a été fait d'avoir un canal d'un mètre de long ; au delà, la manipulation semblait difficile. Dans le sens de la largeur, le canal fait 20 cm soit de l'ordre de 1000 diamètres de billes, ce qui permet de s'affranchir des effets de bord. Pour la hauteur, la couche de billes est de l'ordre de 3 à 6 mm soit de 20 à 38 tailles de billes. Afin de pouvoir négliger l'effet du contre-écoulement du fluide, la quantité de fluide au-dessus doit être largement supérieure à l'épaisseur de grains. Nous avons opté pour une hauteur de cuve de 7 cm. Au final, la boîte de 1m de long, 20 cm de large et 7 cm de haut donne un volume de 14 L. La rugosité du plan incliné est réalisée en collant des billes utilisées pour l'écoulement avec de la peinture en aérosol sur une plaque en plastique. La plaque est maintenue au fond de la cuve grâce à des cales aux quatre coins.

### II.1.2 Grains et fluides

#### a) Grains

Les matériaux granulaires peuvent prendre bien des formes et des caractéristiques comme la rugosité, l'angularité, la sphéricité. Dans un souci de modélisation et de simplification, les particules utilisées dans notre expérience sont des billes de verre relativement bien sphériques comme le montre la figure II.2.b. Nous avons utilisé deux tailles de billes, 160  $\mu\text{m}$  et 300  $\mu\text{m}$ . Afin de négliger toutes sortes de forces d'interactions à moyenne et longue portée, il était important que les billes soient de taille supérieure à 80  $\mu\text{m}$ . Les billes ont préalablement été tamisées entre deux tamis à une limite supérieure et inférieure afin de réduire la polydispersité. Le graphique II.2.a présente la distribution du diamètre moyen des billes, et montre une représentation gaussienne avec un pic autour de 160  $\mu\text{m}$  et une polydispersité de  $+/- 15\mu\text{m}$ .

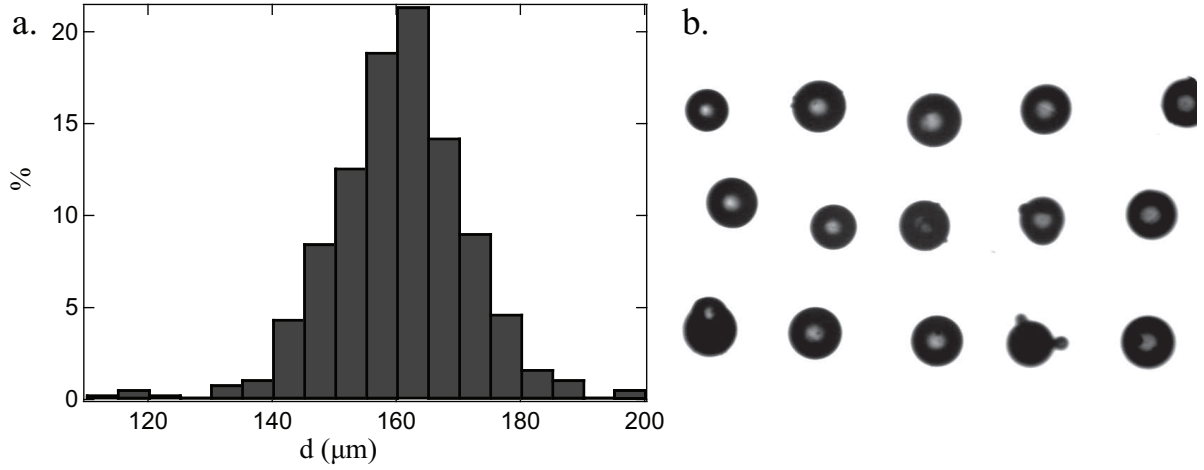


FIGURE II.2 – a. Granulométrie des billes de verre  $d = 160\mu m$ , b. échantillon de billes, utilisé pour mesurer la granulométrie.

### b) Fluides

Le choix du fluide a été motivé par notre volonté de rester dans un régime visqueux. Des premiers tests ont été effectués avec de l'eau, mais la dynamique était trop rapide pour que nous puissions étudier le déclenchement. En effet, le temps d'incliner la cuve jusqu'à l'angle voulu, la totalité du phénomène à étudier était déjà terminé. Il s'est donc avéré important d'utiliser des fluides plus visqueux. Un mélange d'eau et d'Ucon Oil, s'est révélé très pratique à l'usage. L'UCON oil 75H90000 est un fluide newtonien miscible à l'eau, extrêmement visqueux, 90000 fois plus visqueux que l'eau, et relativement facile à nettoyer. La figure II.3 représente la viscosité du mélange eau + Ucon en fonction de la fraction volumique de Ucon. Nous avons utilisé deux mélanges, un premier avec 10% de Ucon, ce qui représente, après mesure au viscosimètre à cône plan, une viscosité de  $\eta = 9.8 \cdot 10^{-3} Pa.s^{-1}$  et une densité de  $\rho_f = 1026 kg.m^{-3}$ . Le deuxième mélange avec 24% de Ucon a une viscosité dix fois plus grande de  $\eta = 96 \cdot 10^{-3} Pa.s^{-1}$  et une densité de  $\rho_f = 1041 kg.m^{-3}$ . Le mélange est bien newtonien comme le montre la figure II.4.b, la contrainte tangentielle  $\tau$  étant proportionnelle au taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$ . De plus la température influe sur la viscosité du fluide (figure II.4(a)), il faut donc faire attention aux variations de température. Par la suite, nous ferons référence à ces deux fluides comme étant les fluides à basse viscosité et haute viscosité.

### c) Remplissage de la cuve

La cuve s'ouvre par le haut grâce à un couvercle fixé par des vis tous les 15 cm sur le pourtour II.5. L'idée est de commencer à remplir la cuve avec les grains, et de finir de remplir avec le fluide sans faire déborder. On referme alors avec le couvercle. Il reste des bulles d'air qu'il va falloir remplacer par du fluide pour ne pas gêner la visualisation. Pour ce faire, un trou refermable avec un bouchon est positionné dans un coin du couvercle. En inclinant très légèrement la cuve, le trou vers le bas, la dernière bulle d'air est chassée

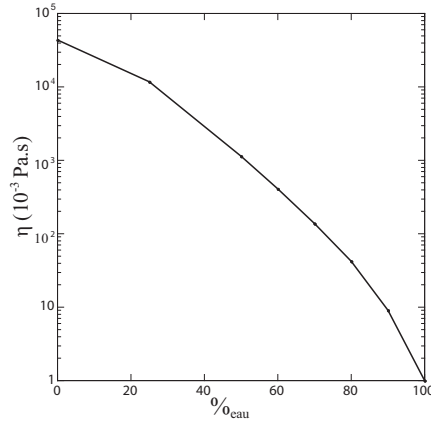


FIGURE II.3 – Viscosité du mélange eau + Ucon oil en fonction du pourcentage d'eau.

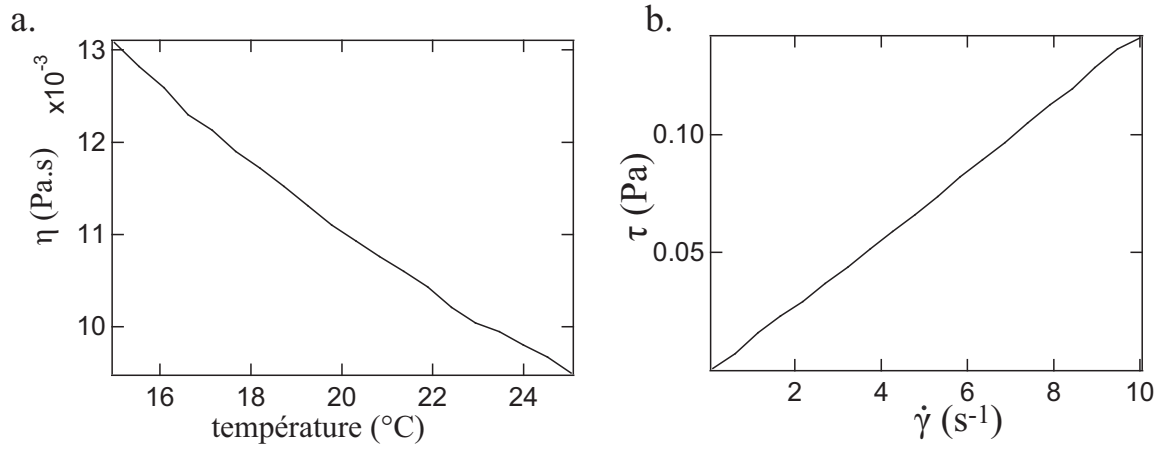


FIGURE II.4 – a. Variation de la viscosité du mélange avec la température, b. Rhéologie du mélange.

par déformation légère de la cuve. Il n'y a plus qu'à reboucher, la cuve est remplie sans bulle d'air et sans surpression.

## II.2 Principe de l'expérience

Le but de ce dispositif est d'étudier expérimentalement en laboratoire le déclenchement d'avalanches granulaires sous-marines. Pour cela, il faut obtenir le déclenchement uniforme d'une couche de grains homogène dans un fluide à un angle donné. L'idéal serait de préparer cette couche de grains à un angle donné dans un état de compacité donné et de la maintenir ainsi (comme par absence de gravité) jusqu'à un temps  $t = 0$  choisi qui correspondrait au déclenchement de l'avalanche. Ceci n'étant pas possible à notre



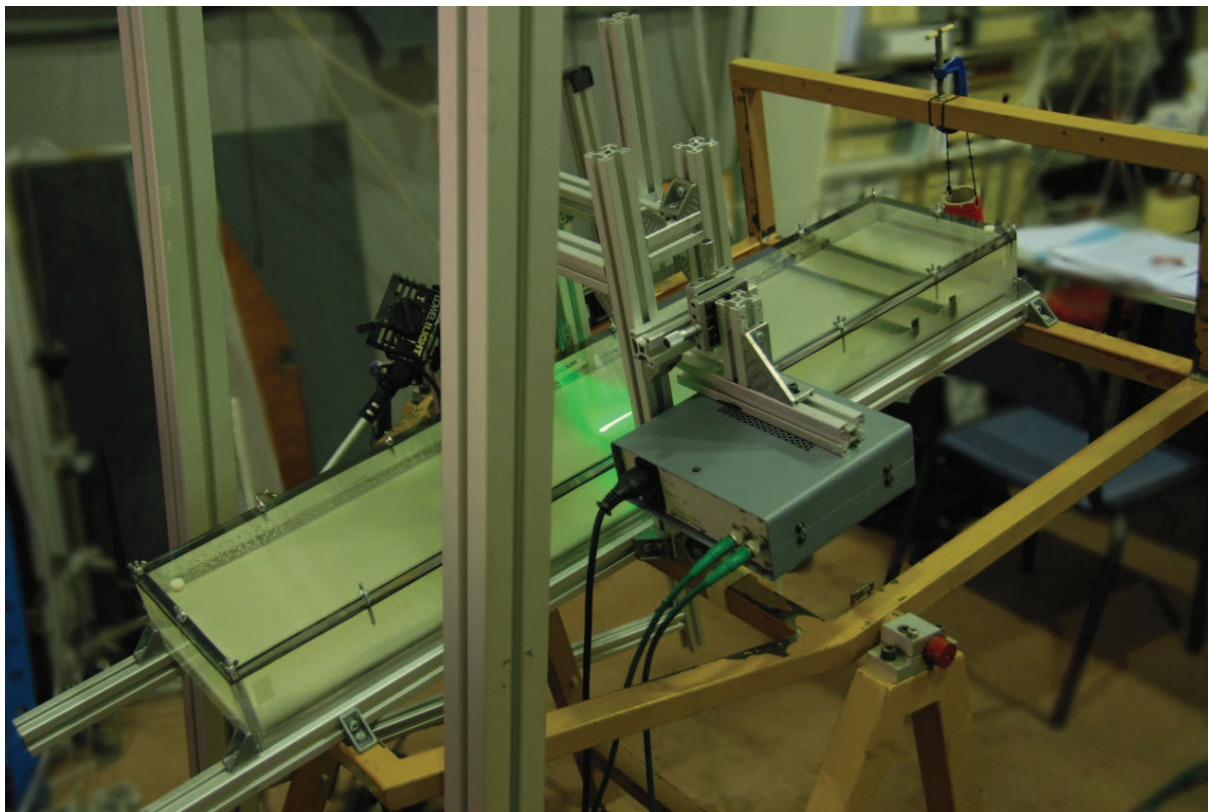


FIGURE II.5 – Photo de la cuve

connaissance, la préparation de la couche uniforme s'effectue à l'horizontale, puis à  $t = 0$ , la couche est inclinée à un angle voulu pour le couple de grains et liquide choisi. Il faut s'assurer que le temps de l'inclinaison soit court devant le temps typique de mise en mouvement.

### II.2.1 Préparation de la couche uniforme

La préparation de la couche granulaire demande la mise en suspension homogène des grains en inclinant à la verticale la cuve, d'un côté puis de l'autre. Une fois la suspension homogène créée, on laisse reposer la cuve à l'horizontale, et la suspension sédimente. Par cette méthode, on obtient une couche de grains d'épaisseur uniforme  $h_0$  le long de la boîte, avec des fluctuations inférieures à deux diamètres de particules. La fraction volumique obtenue après sédimentation est la plus lâche que nous puissions créer. Le sédiment est alors compacté en tapant doucement sur la cuve à l'aide d'un pendule qui va venir frapper tangentiellement la cuve (figure II.6) un certain nombre de coups pour obtenir une fraction volumique  $\phi_0$ . La figure II.7 montre la fraction volumique  $\phi_0$  obtenue pour un nombre de coups  $\#_{taps}$ . Cette procédure très rudimentaire s'est avérée très reproductible comme nous le verrons au chapitre III présentant la dynamique d'avalanche. A noter que la compaction induite par un coup dépend de la viscosité du fluide (II.7). La compaction est moins efficace dans le fluide le plus visqueux.

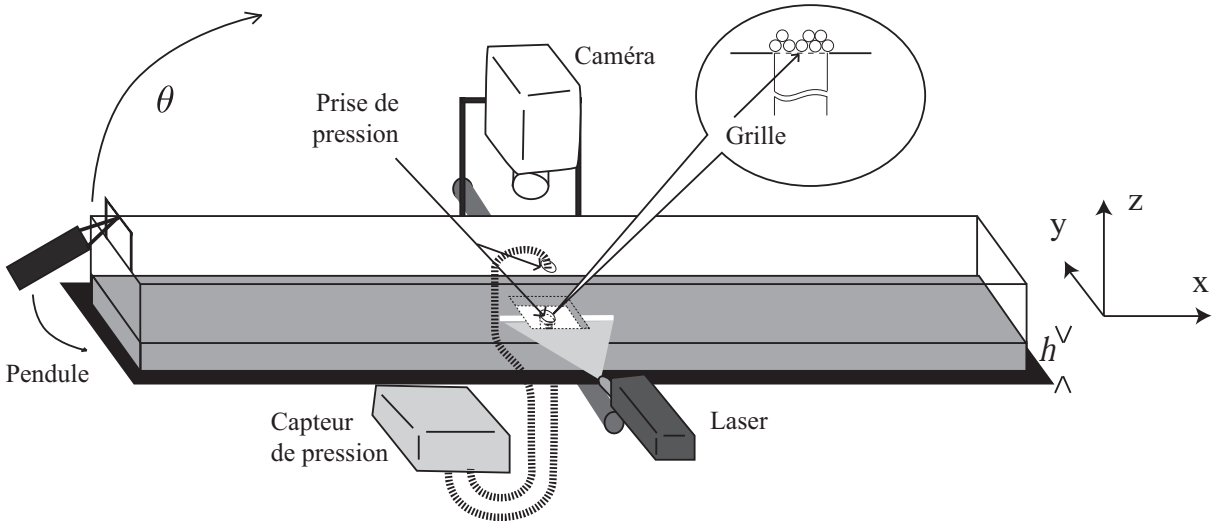


FIGURE II.6 – Dispositif expérimental.

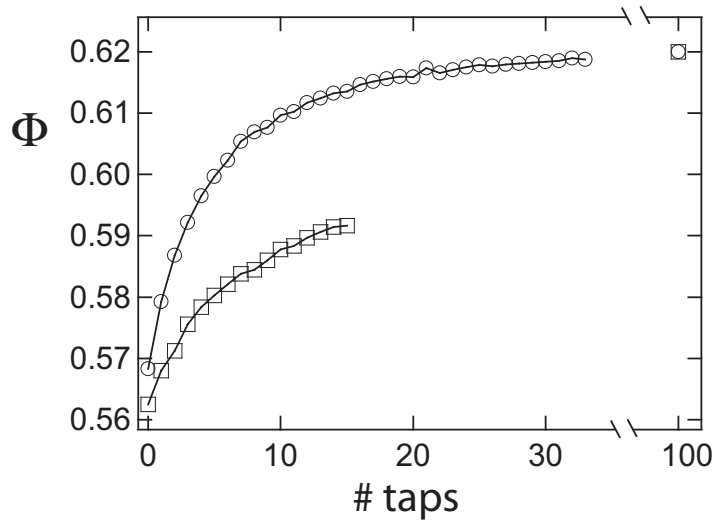


FIGURE II.7 – Variation de la fraction volumique  $\phi$  en fonction du nombre de coups portés (taps) sur la cuve : basse viscosité  $h = 6.1\text{mm}$  (○) et haute viscosité  $h = 4.9\text{mm}$  (□).

## II.2.2 Procédure expérimentale

Une fois la couche granulaire préparée uniformément à une fraction volumique  $\phi_0$ , la cuve est alors subitement inclinée à la main en une seconde de la position horizontale à l'angle  $\theta$  (figure II.8). Un système pivotable de cales réglables (figure II.9(a)) permet de maintenir la cuve à l'horizontale ou à un angle  $\theta$  ou encore de la laisser tourner librement. Une fois incliné, l'écoulement démarre et reste uniforme dans la partie centrale de la cuve, mais deux fronts se développent en haut et en bas de la cuve comme représenté sur la figure II.9(b). Le front du haut est dû à la diminution de la quantité de matière alors que

celui du bas vient de l'accumulation. Toutes les mesures sont prises dans la partie centrale tant que l'écoulement est uniforme dans la direction  $x$ . Un inclinomètre permet de donner une mesure de l'inclinaison de la cuve. L'angle  $\theta(t)$  est aussi mesuré grâce à une résistance variable à potentiomètre placée sur l'axe de rotation de la cuve. L'inclinaison provoque une variation de résistance, donc de tension, à intensité constante, qui est enregistrée par l'ordinateur (figure II.8).

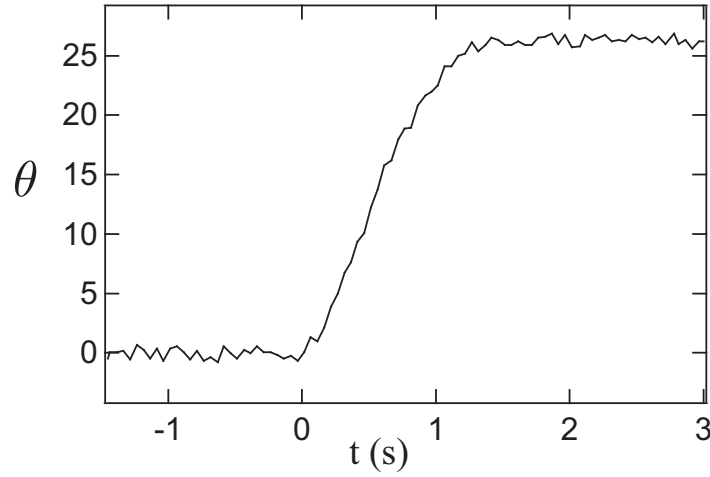


FIGURE II.8 – Phase d'inclinaison de la cuve, évolution temporelle de l'angle d'inclinaison.

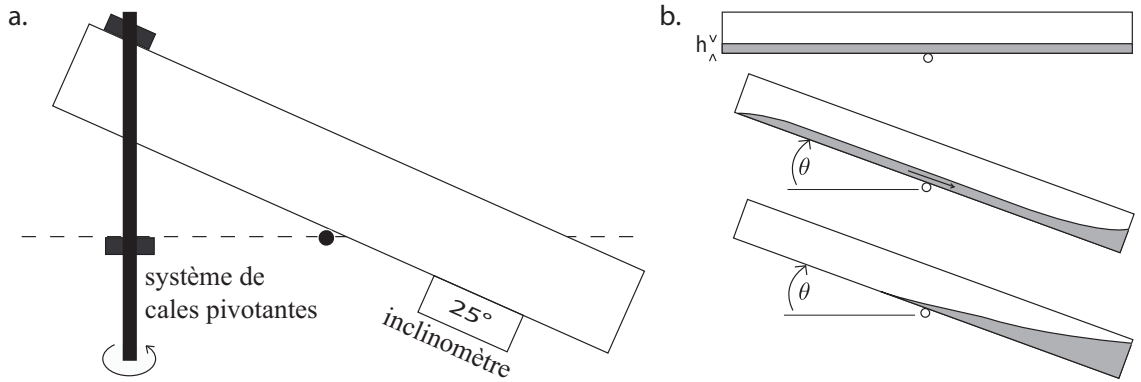


FIGURE II.9 – a. Système d'inclinaison, b. Principe de l'expérience

Pour un jeu de grains et de fluide, les paramètres de contrôles sont l'épaisseur de la couche  $h$  (typiquement entre 15 et 40 diamètres de particules), la fraction volumique initiale  $\phi_0$ , et l'angle d'inclinaison  $\theta$ . Pour chaque expérience, nous enregistrons l'évolution temporelle de la vitesse en surface  $u_s(t)$  et la pression du fluide sous la couche, dite pression de pore :  $\Delta P_f(t) = P_f(0) - P_f(h)$ .

Nous décrivons dans la section suivante les différentes techniques de mesures utilisées.

## II.3 Techniques de mesures

Afin de comprendre les propriétés des avalanches immergées, de la phase de déclenchement jusqu'à l'état stationnaire, nous effectuons un ensemble de mesures :

- la fraction volumique  $\phi$  grâce à l'épaisseur de la couche
- la vitesse en surface  $u_s$
- la pression de pore  $\Delta P_f$

L'ensemble des appareils de mesure, caméra, capteur de pression, nappe laser ou inclinomètre sont solidaires de la cuve, c'est à dire qu'ils suivent ses mouvements et tournent avec elle. Les images issues de la caméra (figure II.10) servent à calculer à la fois l'épaisseur de la couche grâce à la trace laissée par la nappe laser, et la vitesse en surface par l'extraction d'une vignette.

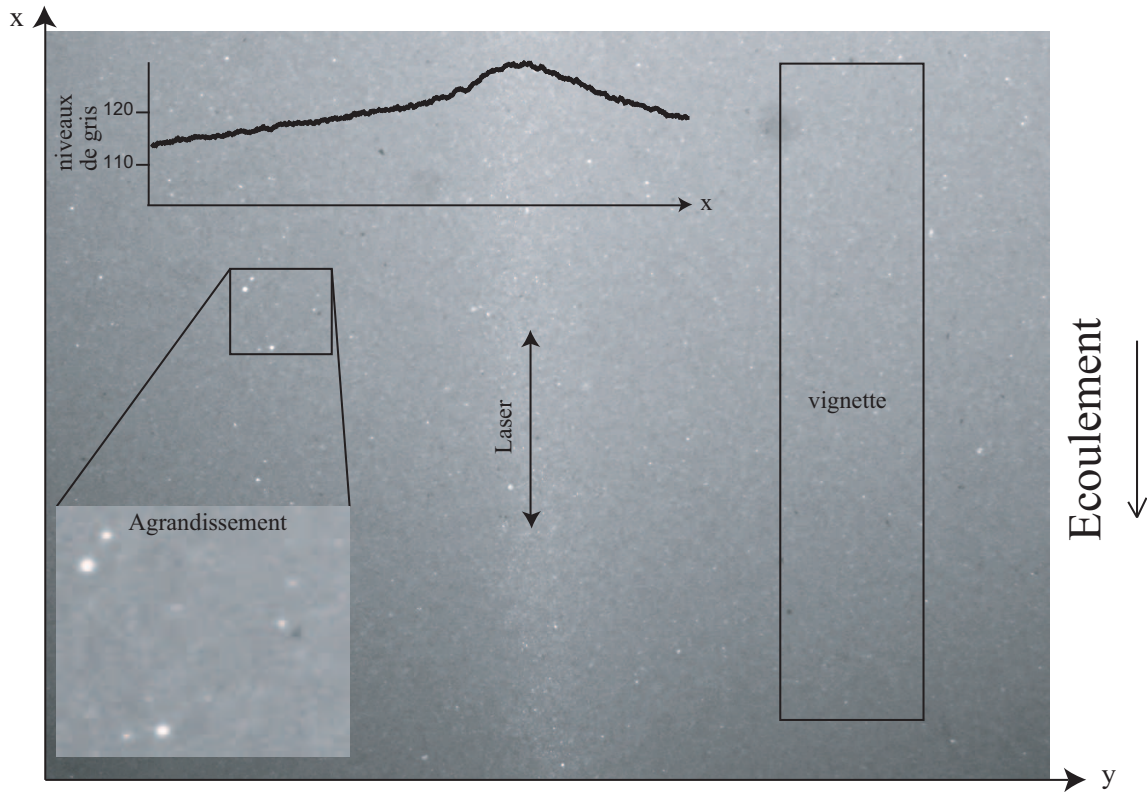


FIGURE II.10 – Image servant à calculer l'épaisseur de la couche et la vitesse en surface de l'écoulement. Le profil de niveau de gris moyenné en  $x$  permet de trouver la position de la nappe laser. La vignette sert à la corrélation et à la mesure de vitesse.

### II.3.1 Mesure de l'épaisseur et de la fraction volumique

L'estimation de la fraction volumique s'effectue à partir de la mesure de l'épaisseur de la couche granulaire. Une technique de nappe laser est développée. Une nappe laser verte (longueur d'onde  $532 \text{ nm}$  avec une puissance de  $100 \text{ mW}$ ) est placée en incidence rasante, en sorte que la ligne laissée sur la couche soit parallèle à la direction de l'écoulement

(figure II.6). Cette ligne va se déplacer suivant les variations d'épaisseur de la couche. Quand l'épaisseur augmente, la ligne se rapproche de la source du laser, dans le cas contraire, elle s'en éloigne. Ces variations sont filmées, et les images issues du film sont traitées. Nous repérons alors la position  $p$  de la nappe sur l'image en pixels grâce aux niveaux de gris de l'image moyennés dans le sens de l'écoulement selon  $x$  (image II.10). L'étendue des niveaux de gris moyennés n'est pas très importante. En effet, l'image doit être assez lumineuse afin de procéder au calcul de la vitesse par PIV sur la même image.

En repérant la position de la nappe  $p_0$  lorsque la zone de mesure ne contient aucun grain (épaisseur de couche nulle), il est possible d'estimer l'épaisseur de la couche en pixels par différence  $p - p_0$ . Le problème, c'est que pour voir la nappe laser éclairer les grains sur le fond, il faut changer la focalisation de l'objectif de la caméra et la déplacer.  $p$  et  $p_0$  ne sont pas mesurés dans les mêmes conditions, conduisant à de fortes incertitudes. Nous avons donc préféré estimer la fraction volumique  $\phi$  à partir des variations d'épaisseur. Considérons un état de référence d'épaisseur  $h_{ref}$  pour lequel la nappe laser est en position  $p_{ref}$ .

Sachant que  $\phi \propto 1/h$  et que  $\phi_{ref} \propto 1/h_{ref}$ , on en déduit :

$$\frac{\phi - \phi_{ref}}{\phi_{ref}} = -\frac{h - h_{ref}}{h} = \frac{p_{ref} - p}{p - p_0} \quad (\text{II.1})$$

La fraction volumique initiale est ainsi calculée à partir de la position en pixels de la nappe laser par l'expression suivante :

$$\phi = \phi_{ref} \left( 1 + \frac{p_{ref} - p}{p - p_0} \right) \quad (\text{II.2})$$

Ainsi, il nous faut choisir une fraction volumique de référence  $\phi_{ref}$  ainsi que la position en pixels associée  $p_{ref}$ . Pour la fraction volumique de référence, nous avons fait le choix de l'empilement le plus compact obtenu après un nombre important de coup, de l'ordre de la centaine. En effet, nous observons que quel que soit le fluide utilisé, la fraction volumique n'évolue plus notablement après 30 coups dans le fluide à basse viscosité et 60 coups dans celui à haute viscosité. Il est donc raisonnable de penser que cet état est proche d'un empilement dense identique dans les deux cas. Une estimation en vision de côté qui permet de mesurer  $h$ , nous donne  $\phi$  après 100 coups égale à 0.62. Pour calibrer nos mesures de  $\phi$  nous mesurons donc la position de la nappe laser  $p_{ref}$  après 100 coups et utilisons la formule II.2 avec  $\phi_{ref} = 0.62$ . Cette mesure donne une valeur absolue de  $\phi$  qui peut être faussée de 10%. Mais si on s'intéresse aux variations  $\Delta\phi$ , d'un tap à l'autre, la précision est bien meilleure de l'ordre de 0.5%. Cette bonne précision relative s'observe sur la courbe II.7 où est représentée la variation de  $\phi$  en fonction du nombre de taps. La régularité de la courbe et sa reproductibilité montre la précision de la mesure. A noter qu'on observe que dans le fluide visqueux, l'empilement résultant de la sédimentation est légèrement plus lâche  $\phi = 0.562$  que dans le fluide moins visqueux, ce qui est conforme à notre intuition.

### II.3.2 Vitesse en surface

La vitesse en surface est mesurée à partir d'images issues d'une caméra vidéo. La caméra est placée au-dessus de la cuve et perpendiculairement à l'écoulement (figure II.6). Deux appareils ont été utilisés pour la capture vidéo, une caméra rapide IDT X-StreamVision XS-3 pour la basse viscosité à des fréquences d'acquisition de 40 à 60 images par seconde, et une caméra Basler A102f de 3 à 15 images par seconde pour la haute viscosité.

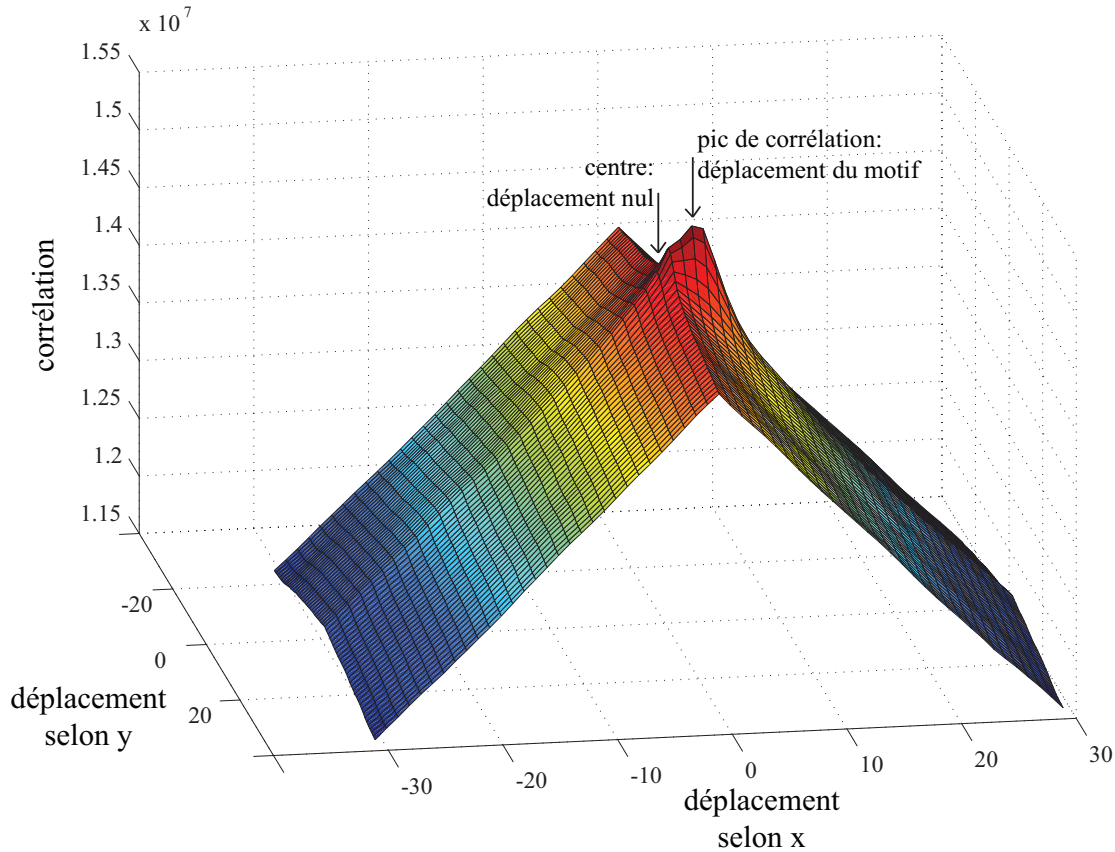


FIGURE II.11 – Agrandissement de la partie centrale de la fonction de corrélation.

Une PIV (Vélocimétrie par Imagerie de Particules) est effectuée sur les images. Cette technique de mesure consiste à prendre deux images successives de l'écoulement, séparées d'un temps  $dt$ . Il est alors possible de calculer le déplacement des particules entre deux images par corrélation de deux vignettes extraites des deux images (figure II.10). Pour une meilleure définition de la fonction de corrélation, les vignettes sont allongées au maximum dans le sens de l'écoulement, la vitesse étant uniforme selon  $x$ . Cette technique permet d'utiliser toute l'information présente dans l'image. La figure II.11 montre une partie de la fonction de corrélation centrée sur ce qui correspond au milieu de la vignette. Le milieu correspond à un déplacement nul et nous constatons que le pic de corrélation n'est pas centré sur le milieu de la vignette, mais est légèrement excentré suivant  $x$  de

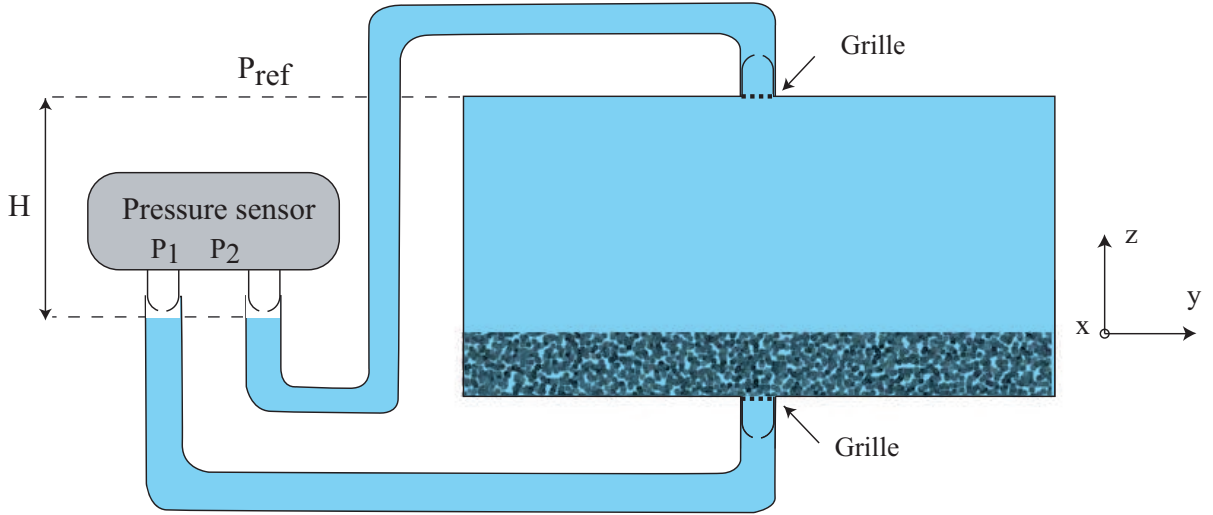


FIGURE II.12 – Mesure différentielle de la pression de pore.

quelques pixels. Ce décentrage du maximum de la fonction de corrélation donne alors le déplacement en pixels du motif. Il est possible de descendre à une précision en dessous du pixel en fittant le pic de corrélation par une gaussienne. Nous constatons aussi que la vitesse selon  $y$  est négligeable, ce qui confirme que l'écoulement se fait uniquement selon  $x$ . L'échelle des distances est estimée en introduisant un régle par l'orifice de remplissage, puis déposé sur la couche de grains au niveau de la zone de mesure. Cette méthode de mesure des vitesses donne une précision de 0.1 mm/s.

### II.3.3 Pression de pore

La pression du fluide est mesurée en utilisant un capteur piezoélectrique (Honeywell DC001NDC4). Ce capteur différentiel est conçu pour être utilisé avec une prise à l'air libre, et l'autre prise reliée par un liquide à la zone de mesure. Nous l'utilisons avec le fluide des deux côtés, en laissant une petite bulle d'air de 3mm du côté de la prise d'air pour ne pas endommager le capteur. La première prise  $P_1$  est reliée au dessous de la cuve [figure II.12], ce qui correspond à la base de la couche granulaire, et la deuxième prise  $P_2$  est reliée au couvercle de la cuve qui fait office de référence. En supposant une pression de référence  $P_{ref}$  en haut de la cuve au niveau de la prise de pression, les pressions sont données par les relations :

$$P_1 = P_{ref} + \rho g H + \Delta P_f \quad (\text{II.3})$$

$$P_2 = P_{ref} + \rho g H \quad (\text{II.4})$$

où  $\Delta P_f$  est la variation de pression induite par les mouvements de grains et  $H$  la hauteur entre la référence de pression et les capteurs de pression. Le capteur délivre ainsi directement la pression de pore  $\Delta P_f = P_1 - P_2$ . Les liaisons entre la cuve et le capteur sont réalisées par des tuyaux rigides de 5 mm de diamètre qui sont obstrués par une grille



avec un maillage de  $40\ \mu\text{m}$  pour éviter que des grains ne tombent dans le tuyau comme le montre la bulle d'information de la figure II.6.a. Les deux entrées de pression du capteur sont alignées avec l'axe de rotation de la cuve, ce qui permet de s'affranchir des variations de pression hydrostatique quand nous procédons à l'inclinaison.

Les mesures de pression à effectuer sont de l'ordre du Pascal. Pour arriver à une meilleure précision et pour diminuer le bruit des capteurs, nous effectuons un processus de moyennage basé sur une moyenne glissante sur cinq points, la fréquence d'échantillonnage étant égale à 20 Hz. Cette méthode permet d'obtenir une précision de la mesure de pression au dixième de Pascal.

### II.3.4 Recalage temporel des données

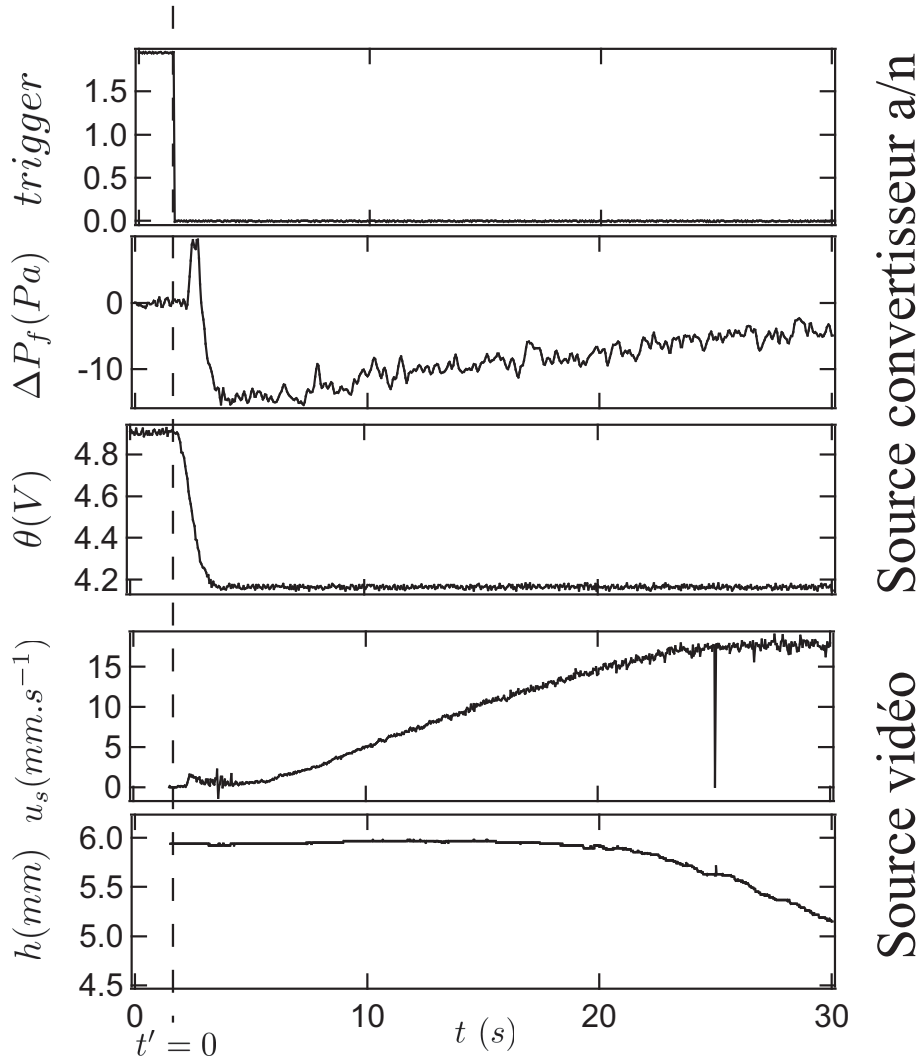


FIGURE II.13 – Recalage temporel de données grâce au *trigger* de la caméra.

L'ensemble des mesures prises sont issues de deux sources. La première, la caméra, permet de mesurer l'épaisseur de la couche  $h(t)$  et la vitesse en surface  $u_s(t)$ . La deuxième,



un convertisseur de signal analogique  $\pm 5V$  en numérique, permet d'acquérir sur ordinateur le signal de pression  $\Delta P_f(t)$  et l'angle d'inclinaison  $\theta(t)$ . Il est impossible de lancer l'acquisition de ces deux sources en même temps et d'incliner en plus la cuve au même moment. Sur la caméra, une entrée trigger permet de déclencher l'acquisition. Nous y branchons donc un gros interrupteur d'arrêt d'urgence qu'il est facile d'activer au pied. Nous récupérons le signal électrique de l'entrée trigger, qui passe de 2V quand l'interrupteur n'est pas enclenché à 0V au moment où nous lançons l'acquisition de la caméra, sur le convertisseur analogique/numérique. Ainsi, en effectuant dans l'ordre le déclenchement de l'enregistrement des signaux du convertisseur a/n, le déclenchement de la caméra et en même temps l'inclinaison de la cuve, le signal du trigger permet de recaler temporellement les mesures issues des deux sources (figure II.13).



# Chapitre III

## Résultats expérimentaux

### Sommaire

<b>III.1 Résultats typiques et reproductibilité des résultats . . . . .</b>	<b>41</b>
<b>III.2 Dynamique d'avalanche . . . . .</b>	<b>44</b>
III.2.1 Régime stationnaire . . . . .	44
III.2.2 Deux comportements transitoires : lâche et dense . . . . .	47
<b>III.3 Etude de la phase initiale du cas dense . . . . .</b>	<b>47</b>

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons aux résultats expérimentaux du rôle de la fraction volumique initiale sur le déclenchement de l'écoulement. Les paramètres de contrôle sont l'angle d'inclinaison  $\theta$ , l'épaisseur de la couche  $h$  et la fraction volumique initiale  $\phi_0$ . Nous avons fait varier systématiquement les paramètres de contrôle, pour des valeurs de  $h$  de 3.7 mm, 4.9 mm et 6.1 mm, pour des valeurs de  $\theta$  de 25°, 26.4°, 28° et 30° et pour des valeurs de  $\phi_0$  comprises entre 0.56 et 0.60. Nous avons aussi fait varier la taille des billes (160  $\mu m$  et 300  $\mu m$ ) et la viscosité du fluide  $\eta_f = 9.8 \cdot 10^{-3} Pa.s^{-1}$  (basse viscosité) et  $96 \cdot 10^{-3} Pa.s^{-1}$  (haute viscosité).

### III.1 Résultats typiques et reproductibilité des résultats

Un enregistrement typique est présenté figure III.1, qui montre l'évolution temporelle de la vitesse en surface  $u_s(t)$ , de la pression de pore  $\Delta P_f(t)$  et de l'épaisseur  $h$  pour trois fractions volumiques initiales. A  $t = 0$ , la cuve est inclinée. Une fois l'inclinaison terminée, la dynamique de l'écoulement se met en place avec la vitesse qui augmente. Cette dynamique dépend fortement de la fraction volumique initiale, un point que nous allons développer dans la suite. Concentrons nous pour le moment sur le signal de la hauteur  $h(t)$ . Toutes les courbes se ressemblent, elles présentent un plateau plus ou moins constant et une phase de décroissance. Cette phase correspond à l'arrivée du front arrière de l'avalanche dans la zone de mesure (voir figure II.9). Ces courbes nous permettent donc de déterminer précisément le temps de l'expérience pendant laquelle l'écoulement

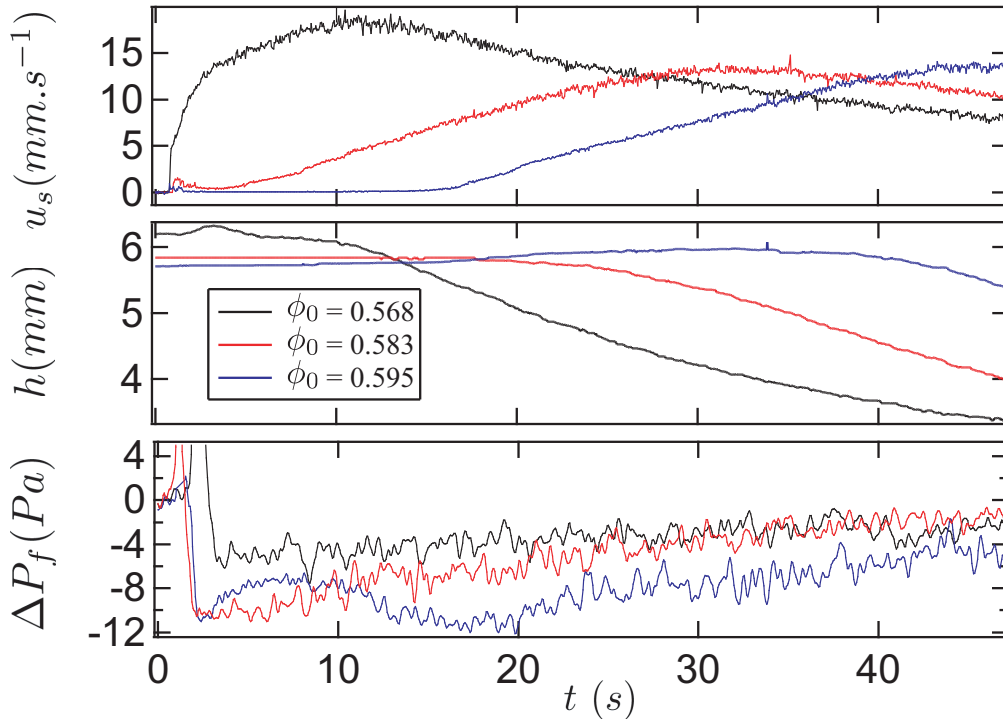


FIGURE III.1 – Vitesse en surface  $u_s(t)$ , épaisseur  $h$  et pression de pore  $\Delta P_f(t)$  avec le fluide à basse viscosité,  $\theta = 28^\circ$ .

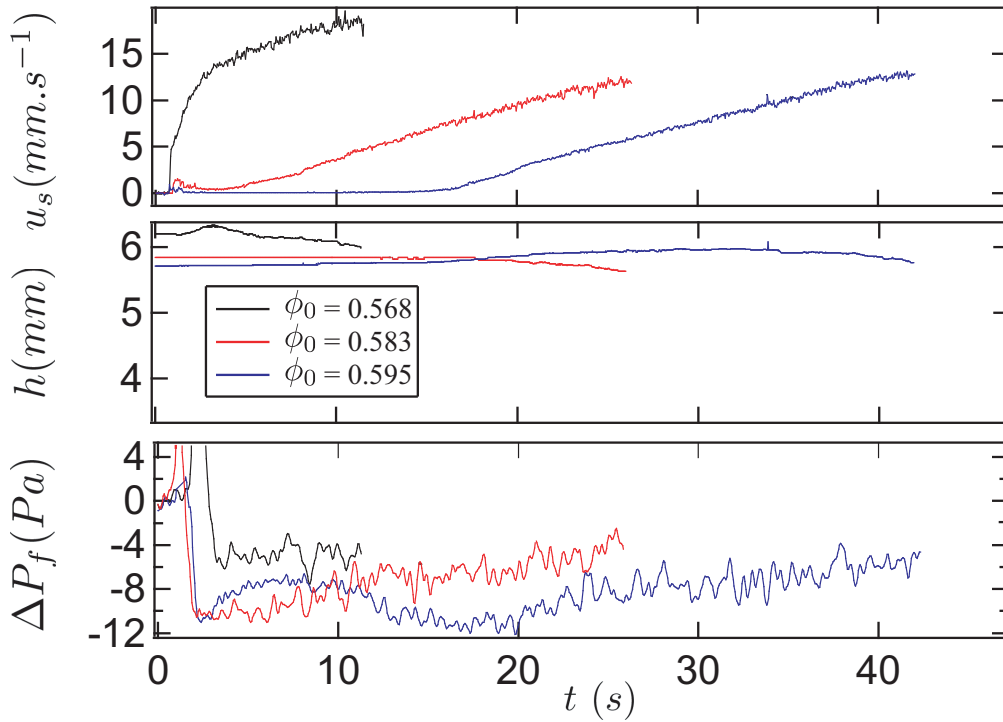


FIGURE III.2 – Figure identique à III.1 en coupant les courbes quand la couche n'est plus uniforme selon  $x$

peut être considéré comme étant uniforme selon  $x$ . Dans toute la suite, nous présenterons les données uniquement dans cette période de temps tronquée de la zone correspondant au front arrière (figure III.2).

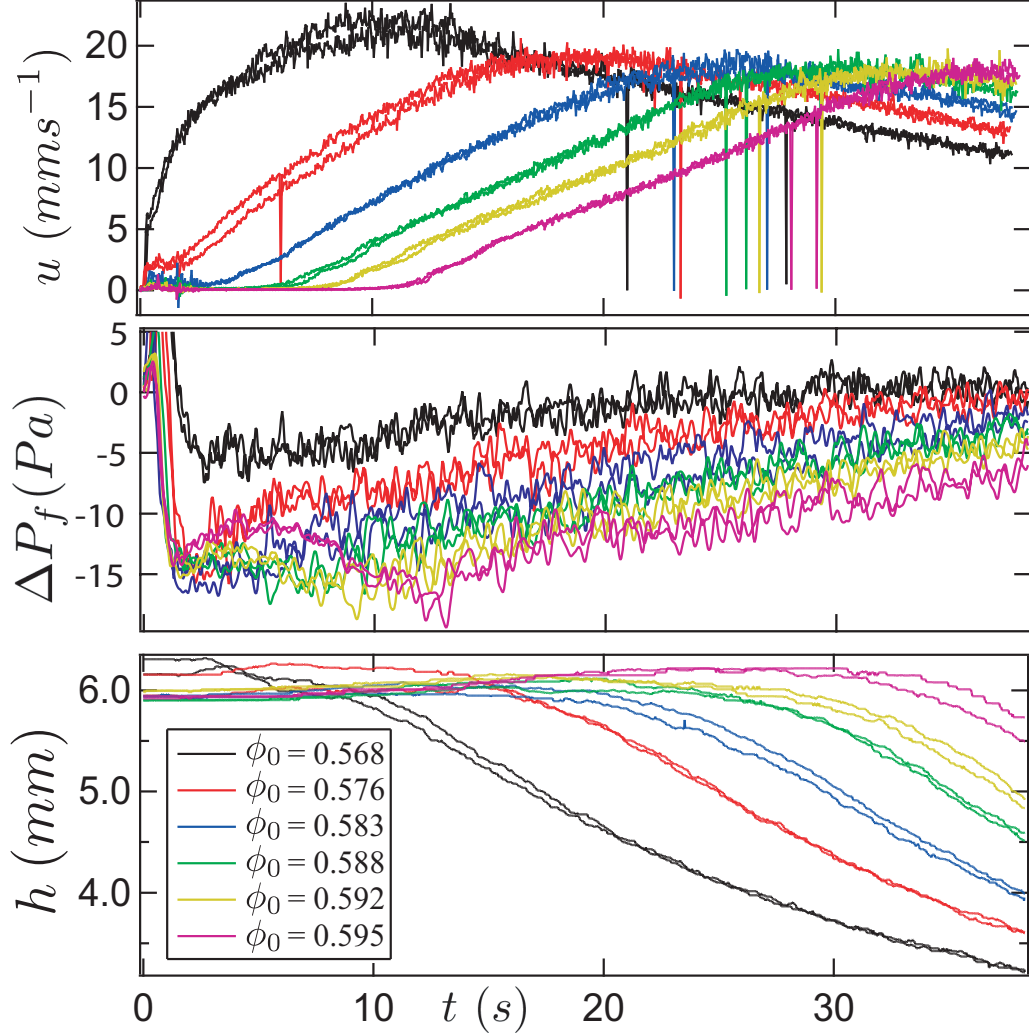


FIGURE III.3 – Reproductibilité des expériences : vitesse en surface  $u_s(t)$ , pression de pore  $\Delta P_f(t)$  et épaisseur  $h$  pour un angle  $\theta = 30^\circ$ , différentes fractions volumiques initiales  $^p h i_0$  et le fluide à basse viscosité.

Une seconde remarque avant d'entrer dans le vif du sujet et de commenter les résultats, concerne la reproductibilité de ceux-ci. Plusieurs précautions sont à prendre pour obtenir des résultats reproductibles. Tout d'abord, il faut vérifier que le résultat de la sédimentation donne un lit plat bien horizontal sans variation de hauteur, puis s'assurer de reproduire le même geste dans le même temps pour l'inclinaison de la cuve jusqu'à l'angle  $\theta$ . Cela étant vérifié, nous avons effectué chaque expérience trois ou quatre fois, et comparons les résultats sur la figure III.3. Celle-ci représente l'évolution temporelle de la vitesse, de l'épaisseur et de la pression de pore pour différentes fractions volumiques avec deux enregistrements pour chaque expérience. Les enregistrements correspondant à

une même fraction volumique sont bien confondus. On pourrait s'attendre à ce que les résultats soient moins reproductibles pour un empilement plus compact, le processus de compaction par coups successifs pouvant induire une erreur pour de nombreux coups, mais il n'en est rien. Les résultats présentent une bonne reproductibilité à la fois dans les cas les plus lâches et dans les cas denses.

## III.2 Dynamique d'avalanche

La figure III.4 présente des résultats typiques de  $u_s(t)$  et  $\Delta P_f(t)$  obtenus pour le fluide à basse et à haute viscosité. Le temps zéro correspond au début de l'inclinaison. Les différentes courbes correspondent à différentes fractions volumiques initiales,  $\theta$  et  $h$  étant fixés. La figure montre clairement que le déclenchement de l'écoulement est fortement affecté par la fraction volumique initiale. Les comportements observés peuvent être classés en deux catégories suivant que l'écoulement démarre immédiatement après l'inclinaison ou présente un temps de latence : un comportement lâche pour  $\phi_0 < 0.58$  (pointillés sur la figure III.4), et un comportement dense pour  $\phi_0 > 0.58$  (trait plein sur la figure III.4). Avant de discuter en détails les cas lâches et denses, nous analysons dans un premier temps le comportement aux temps longs, pour lesquels un régime stationnaire semble exister.

### III.2.1 Régime stationnaire

Le régime stationnaire est difficile à atteindre car la longueur de la cuve est limitée pour certaines expériences, particulièrement pour des épaisseurs élevées ( $h = 6.1\text{mm}$ ). Le front arrière arrive dans la zone de mesure avant que le régime stationnaire soit établi. Toutefois, à faible épaisseur ou à faible angle, des résultats permettent de montrer qu'un régime stationnaire existe pour lequel la vitesse atteint un plateau. La figure III.5 montre que le régime stationnaire est indépendant de la préparation initiale du lit. Quelle que soit  $\phi_0$ , la vitesse atteinte semble identique. Une première étape de notre travail a été de vérifier la conformité des résultats obtenus dans ce régime stationnaire avec les travaux de recherche précédents de (Cassar *et al.* 2005). Comme discuté dans l'introduction, les auteurs ont montré que les écoulements granulaires immergés sur plan inclinés sont compatibles avec une loi de friction  $\mu(\mathcal{I})$ . En particulier, la vitesse en surface  $u_s$ , l'épaisseur  $h$  et l'angle  $\theta$  vérifient la loi d'échelle suivante  $\tan \theta = \mu(\mathcal{I})$  avec  $\mathcal{I} = \frac{2\eta u_s}{\Delta \rho g h^2 \phi \cos \theta}$ . A partir des mesures de  $u_s$  pour différents  $h$  et différents  $\theta$ , nous avons testé si cette propriété était vérifiée dans notre expérience pour le régime stationnaire. La figure III.6 résume les données pour différentes viscosités, épaisseurs et angles et semble compatible avec la rhéologie frictionnelle immergée proposée par Cassar *et al.* (2005). Elle montre une dépendance linéaire de l'angle de friction avec  $\mathcal{I}$ . Nous allons maintenant étudier plus en détail les phénomènes transitoires qui eux dépendent fortement de la fraction volumique initiale.

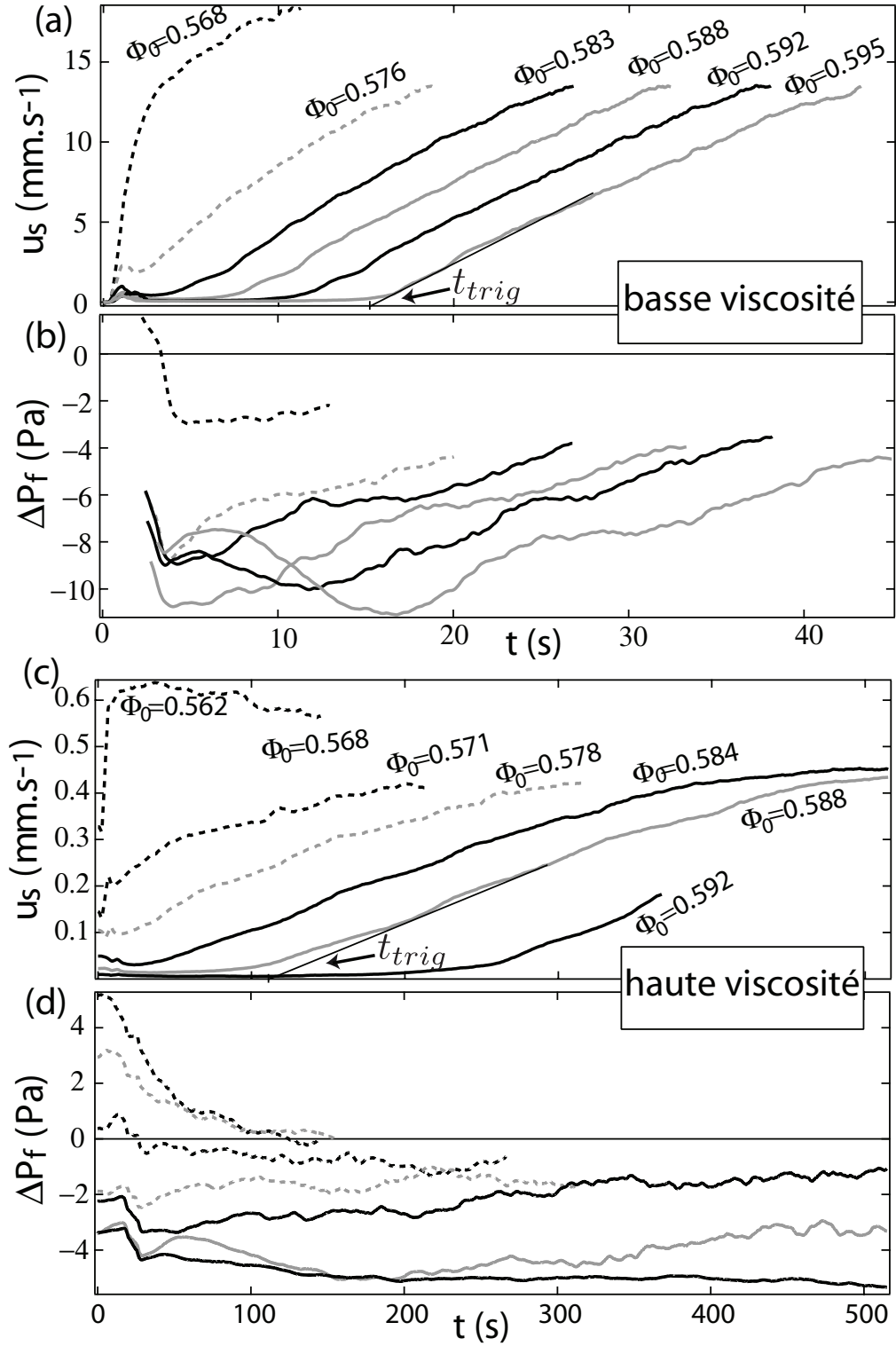


FIGURE III.4 – Vitesse en surface  $u_s(t)$  et pression de pore  $\Delta P_f(t)$  pour différentes fractions volumiques initiales. [(a) et (b)] Basse viscosité  $h = 6.1\text{ mm}$ ,  $\theta = 28^\circ$ ; [(c) et (d)] Haute viscosité  $h = 4.9\text{ mm}$ ,  $\theta = 25^\circ$ .

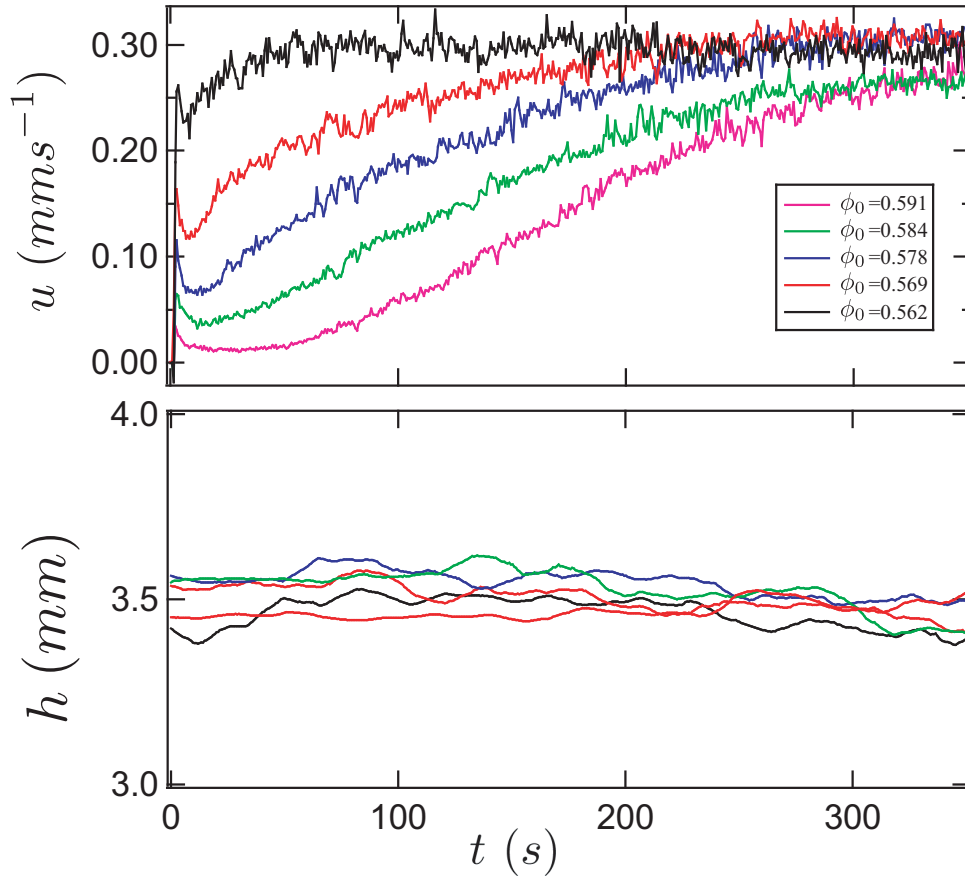


FIGURE III.5 – vitesse en surface  $u_s(t)$ , et épaisseur  $h$  pour un angle  $\theta = 25^\circ$ , différentes fractions volumiques initiales  $\phi_0$  et le fluide à haute viscosité.

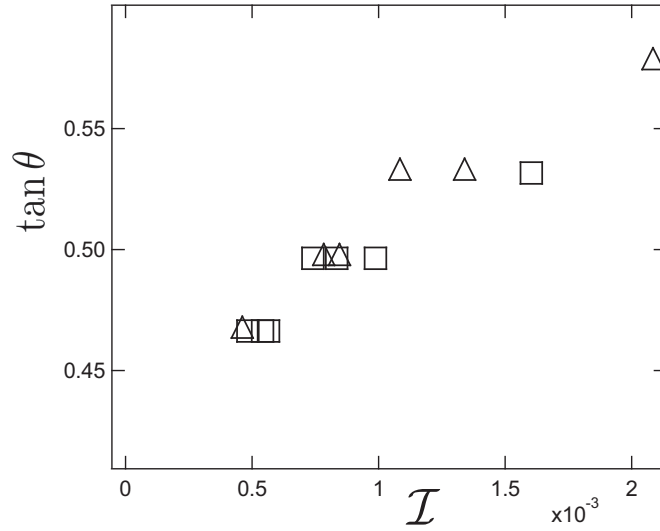


FIGURE III.6 – Loi de friction :  $\tan \theta$  en fonction de  $\mathcal{I}$  pour des états stationnaires obtenus avec le fluide à haute viscosité  $\square$  et à basse viscosité  $\triangle$



### III.2.2 Deux comportements transitoires : lâche et dense

Le cas lâche (en pointillés sur la figure III.4) est principalement observé avec le fluide à haute viscosité, pour lequel le processus de sédimentation utilisé pour préparer l'échantillon conduit à état très lâche. La dynamique est caractérisée par une accélération initiale rapide ; elle démarre presque instantanément après l'inclinaison et est suivie d'une évolution plus lente. La vitesse finale semble saturer, bien que nos expériences ne durent pas assez longtemps pour atteindre un véritable état stationnaire. Pour les cas les plus lâches [ $\phi_0 = 0.562$  sur la figure III.4(d) et  $\phi_0 = 0.568$  sur la figure III.4(a)], la vitesse transitoire est plus importante que la vitesse stationnaire finale. Pour ces cas extrêmes, le dépassement de vitesse est accompagné du développement d'une pression de pore positive (figure III.4(b) et (c)).

Le comportement d'une couche initialement dense est qualitativement différent (lignes continues sur la figure III.4). Dès que la cuve est inclinée, la couche de grains semble rester statique. La vitesse reste très faible pendant un temps fini, qui peut durer quelques minutes dans le cas le plus visqueux. C'est une phase de fluage. Finalement, l'avalanche démarre et la vitesse augmente linéairement avant de saturer. Un délai de déclenchement  $t_{trig}$  peut être déterminé en fittant la phase d'accélération par une ligne droite et en prenant l'intersection avec l'axe du temps (figure III.4(a)). Ce délai de déclenchement sera traité en détail dans la section III.3. Une observation marquante sur les figures III.4(a) et III.4(c) est que l'évolution temporelle après  $t_{trig}$ , i.e. une fois l'avalanche déclenchée, est indépendante de  $\phi_0$ . Les différentes courbes correspondant à  $\phi_0$  supérieur à 0.58 sur les figures III.4(a) et III.4(c), sont simplement décalées dans le temps. Tout se passe comme si le système, après un temps  $t_{trig}$  avait effacé la préparation initiale. Avant de s'étendre plus en détail sur cette phase initiale de fluage, une dernière information importante du comportement dense concerne la pression. Le cas dense correspond au développement d'une pression de pore négative. La pression négative s'établit rapidement après l'inclinaison, elle reste plus ou moins constante pendant la phase de fluage, et revient lentement à zéro pendant la phase d'avalanche. Dans la précision de nos mesures, le minimum atteint par la pression de pore le temps de l'expérience, est indépendant de la fraction volumique initiale mais varie avec l'inclinaison  $\theta$  et l'épaisseur  $h$ . La figure III.7 montre que le minimum de pression semble s'adimensionner avec le poids déjaugé de la couche  $\Delta\rho gh\phi_0 \cos\theta$ , et varie linéairement avec  $\tan\theta$ .

### III.3 Etude de la phase initiale du cas dense

Compacter la couche initiale semble retarder significativement le déclenchement de l'avalanche mais ne semble pas affecter sa dynamique une fois celle-ci initiée. Pour comprendre ce phénomène, nous allons étudier plus en détail comment varie ce temps de déclenchement et à quelle évolution de la couche correspond-il. La figure III.8 montre la variation de  $t_{trig}$  en fonction de la fraction volumique initiale  $\phi_0$  pour différentes inclinaisons  $\theta$  et deux épaisseurs. On observe que le temps  $t_{trig}$  augmente significativement avec

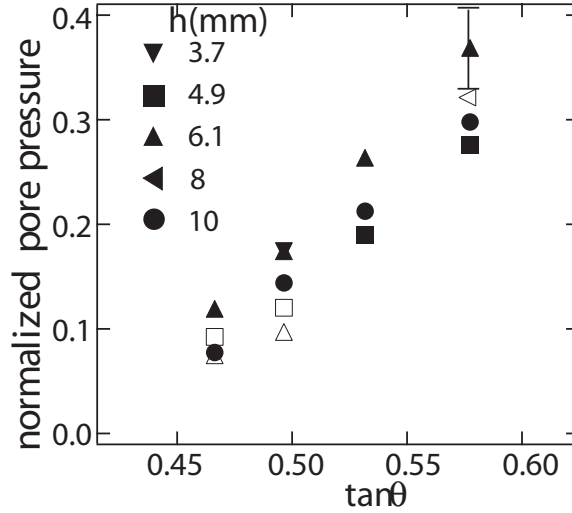


FIGURE III.7 – Pression de pore minimum normalisée  $-\Delta P_f^{min}/\Delta \rho g h \phi_i \cos \theta$  en fonction de  $\theta$  pour différents  $h$  ; basse viscosité (symboles pleins) et haute viscosité (symboles vides). Chaque point correspond à une moyenne sur différents  $\phi_0$  pour les cas dense ( $\phi_0 > 0.58$ ).

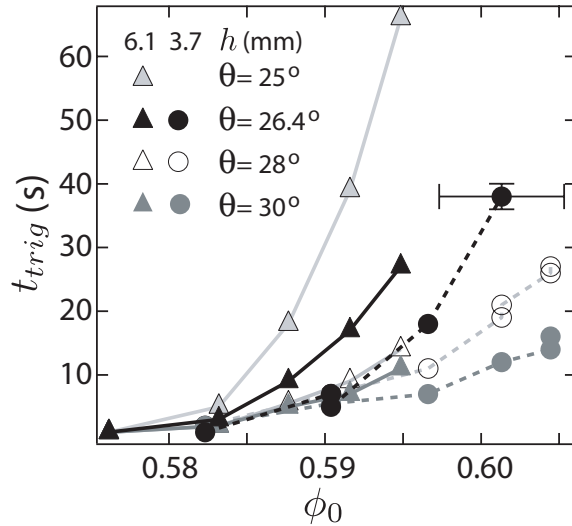


FIGURE III.8 – Temps de déclenchement  $t_{trig}$  en fonction de  $\phi_0$  ; pour deux épaisseurs,  $\triangle 6.1\text{mm}$  et  $\circ 3.7\text{mm}$  ; et différents angles représentés par des couleurs pour le fluide à basse viscosité.

la compaction de l'échantillon, l'effet étant plus prononcé à faible angle, le temps semble même diverger à forte compaction. Changer l'épaisseur de la couche  $h$  influence aussi  $t_{trig}$ . Nous présenterons dans le chapitre suivant un modèle simple permettant de prédire ce temps d'attente.

Dans le but de comprendre le temps d'attente observé, nous avons regardé soigneusement la déformation de la couche pendant la phase qui précède l'avalanche, quand la vitesse est proche de zéro. La couche ne reste pas immobile, mais un lent fluage est observé comme le montre la figure III.9, où la déformation moyenne  $X_s/h$  de la couche est tracée

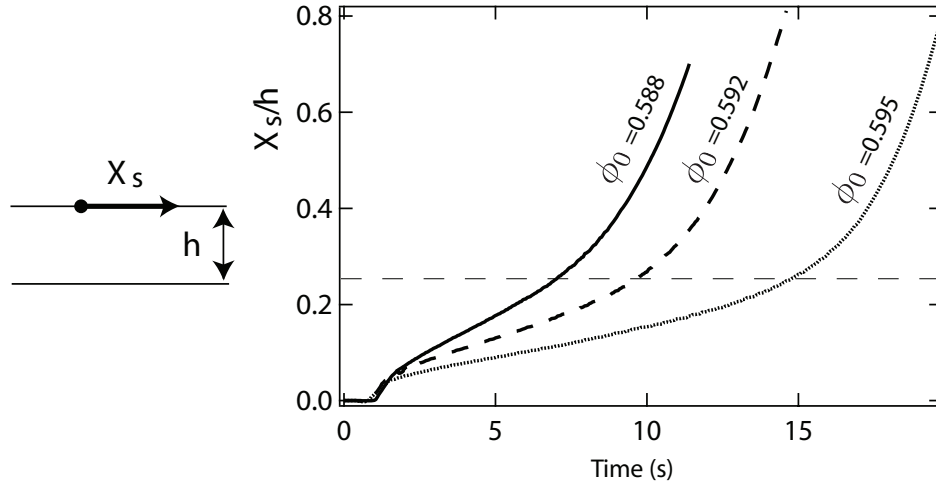


FIGURE III.9 – Évolution temporelle de la déformation  $X_s/h$  pour  $\phi_0 = 0.588$ ,  $\phi_0 = 0.592$  et  $\phi_0 = 0.595$  avec le fluide à basse viscosité,  $\theta = 28^\circ$  et  $h = 6.1\text{mm}$ .

en fonction du temps,  $X_s$  étant le déplacement de la surface libre. Suivant la compaction initiale, la couche se déforme plus ou moins lentement mais une brusque accélération semble intervenir lorsque la déformation atteint 25 %. Pour mieux s'en convaincre, nous avons tracé la vitesse  $u_s$  en fonction de la déformation  $X_s/h$  au lieu du temps (figure III.10). Les différentes courbes obtenues pour  $\phi_0 > 0.58$  se confondent alors. La figure III.10 montre que l'avalanche démarre quand la déformation est de l'ordre de 0.25, quelle que soit la fraction volumique initiale. C'est donc la déformation de la couche qui contrôle le déclenchement de l'avalanche : un empilement initial très dense mettra plus de temps à fluer et à atteindre cette déformation critique qu'un empilement moins dense. Le délai de déclenchement  $t_{trig}$  correspond au temps pris par le matériau pour se déformer de 25%. Nous allons voir dans le chapitre suivant comment ces observations permettent une prédiction du temps de déclenchement.

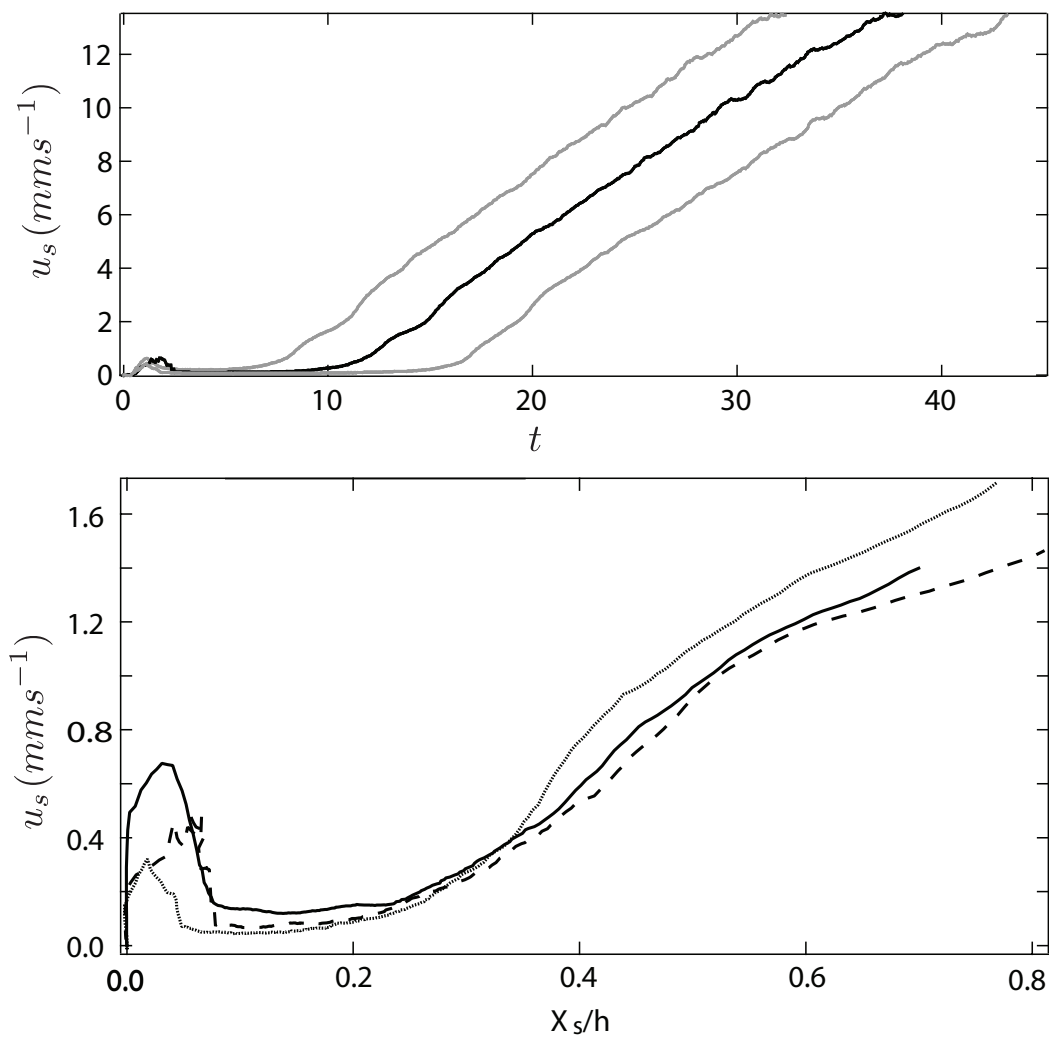


FIGURE III.10 – Vitesse en surface  $u_s(t)$  en fonction du temps (haut) et de la déformation (bas) pour les mêmes enregistrements que la figure III.9.

# Chapitre IV

## Une première approche théorique simple : estimation du temps d'attente

### Sommaire

IV.1 Présentation du modèle . . . . .	51
IV.2 Délai de déclenchement : expériences et estimations . . . . .	53
IV.3 Pression de pore . . . . .	54

Ce chapitre présente une première tentative de description du phénomène de retardement induit par la compaction du milieu granulaire. Il va nous permettre d'introduire les notions de dilatance et de couplage entre les grains et le fluide qui nous serviront dans le chapitre suivant pour le développement d'un modèle diphasique complet.

### IV.1 Présentation du modèle

Dans le but d'établir des lois d'échelle sur la phase de fluage, nous modifions un modèle introduit par (Iverson 2005). Le principe consiste à écrire l'équilibre des forces sur une couche de grains initialement dense. Sous l'effet de la gravité la couche va se déformer, induisant une dilatance et donc une différence de pression. Mais cette différence de pression qui presse les grains augmente la friction et donc stabilise l'ensemble. La vitesse de déformation est alors déterminée en écrivant l'équilibre entre force de gravité et de friction sur toute la couche :

$$\Delta\rho gh\phi \sin\theta = \tau_b, \quad (\text{IV.1})$$

où  $\Delta\rho$  est la différence de densité entre les grains et le fluide. En écrivant cette équation, nous avons négligé les effets d'inertie. Le travail qui reste à faire est d'explicitier la contrainte de friction à la base  $\tau_b$  en fonction des paramètres du problème. Pour ce faire, nous allons nous reposer sur le modèle simple de dilatance présenté au chapitre I. Pour modéliser les effets de dilatance, nous introduisons donc la notion d'angle de dilatance  $\Psi$ , qui relie le mouvement vertical induit par une couche de particules par rapport à

une autre quand un cisaillement horizontal est appliqué :  $\Delta Z = \tan \Psi \Delta X$ . Nous avons vu qu'une approximation raisonnable consiste à supposer une relation linéaire entre la fraction volumique  $\phi$  et la dilatance  $\Psi$  (Roux & Radjai 1997) :

$$\tan \Psi = K(\phi - \phi_c), \quad (\text{IV.2})$$

où  $K$  est une constante et  $\phi_c$  la fraction volumique critique. Si  $\phi$  est plus grand (resp. petit) que  $\phi_c$ ,  $\Psi$  est positif (resp. négatif) et la dilatance (resp. contractance) se produit. Cette approximation linéaire est correcte pour une fraction volumique proche de la fraction volumique critique  $\phi_c$ . Considérons le déclenchement de nos avalanches. Quand la couche vient juste d'être inclinée, les particules commencent à se déplacer le long de la pente et un cisaillement se développe dans le milieu. A cause de la dilatance, les particules n'acquièrent pas seulement une composante de la vitesse  $u(z)$  parallèle au plan incliné, mais aussi une composante selon  $z$ ,  $v(z)$ , qui vérifie  $v(z) = \tan \Psi u(z)$ . La totalité du système étant immergée dans un fluide, cette composante suivant  $z$  induit un mouvement relatif entre le fluide et les grains, qui crée un gradient de pression de pore à travers la couche. Nos expériences appartenant à un régime visqueux, nous faisons l'hypothèse que le gradient de pression est donné par la loi de Darcy,

$$\frac{\partial P_f}{\partial z} = \frac{\eta}{\alpha d^2} v(z) = \tan \Psi \frac{\eta}{\alpha d^2} u(z) \quad (\text{IV.3})$$

où  $\alpha d^2$  est la perméabilité de la couche granulaire ( $P_f$  est la surpression par rapport à l'hydrostatique). Plus la déformation a lieu rapidement, plus le gradient de pression est élevé. Nous avons maintenant tous les éléments en main pour exprimer la contrainte tangentielle basale  $\tau_b$ . En effet, nous avons vu dans le chapitre I que pour un milieu granulaire dilatant, la contrainte tangentielle est proportionnelle à la composante normale  $p^p$ , le coefficient de friction étant augmenté de l'angle de dilatance :

$$\tau_b = \tan(\delta + \Psi) p^p, \quad (\text{IV.4})$$

La pression  $p^p$  est la pression subie par les grains au bas de la couche. Elle est égale au poids déjaugé des grains augmenté de la différence de pression du fluide :

$$p^p = \Delta \rho \phi g h \cos \theta - \Delta P_f \quad (\text{IV.5})$$

où  $\Delta P_f = P_f(0) - P_f(h)$ .  $\Delta P_f$  est donc simplement donnée par l'intégrale de l'équation IV.3 entre la base et la surface de la couche. A priori,  $\psi$  est une fonction de  $z$  et l'intégration ne peut se faire aisément. Si on suppose que le milieu se dilate, de façon identique sur toute la hauteur,  $\psi = \text{constante}$ , alors on trouve

$$\Delta P_f = \tan \psi \frac{\eta}{\alpha d^2} h \bar{u} \quad (\text{IV.6})$$

avec  $\bar{u}$  la vitesse moyennée dans l'épaisseur  $\bar{u} = \frac{1}{h} \int_0^h u(z) dz$ . Les équations IV.1, IV.4 et IV.5 permettent donc d'écrire :

$$\Delta\rho\phi gh \sin\theta = \tan(\delta + \psi)(\Delta\rho\phi gh \cos\theta - \tan\psi \frac{\eta}{\alpha d^2} h \bar{u}) \quad (\text{IV.7})$$

On en déduit donc la vitesse moyennée au début de la phase de fluage.

$$\bar{u} = \left( \frac{\tan\theta}{\tan(\delta + \Psi)} - 1 \right) \frac{\alpha d^2 \Delta\rho\phi gh \cos\theta}{\eta \tan\Psi} \quad (\text{IV.8})$$

A ce niveau, nous avons considéré l'angle de dilataance  $\Psi$  comme étant constant. Cependant, quand le matériau se déforme, la couche se dilate et l'angle  $\Psi$  diminue. Il finit par atteindre zéro pour une déformation de l'ordre de 25%, quand la dilataance ne se produit plus (ce qui s'appelle état critique dans la théorie de la plasticité). Une fois que  $\Psi$  disparaît, le mouvement perpendiculaire au plan n'existe plus et la contrainte normale due à la pression de pore disparaît : l'avalanche démarre vraiment. Une théorie complète doit proprement décrire l'évolution de  $\Psi$ , une tâche que nous réservons au chapitre suivant. Dans cette section, nous nous limitons à une estimation du temps de déclenchement qui peut être obtenu à partir de l'équation IV.8. Nous avons vu dans les expériences que la déformation moyenne nécessaire pour effacer la préparation initiale est de l'ordre de  $X_s/h = 0.25$ , où  $X_s$  est le déplacement à la surface libre. Le temps  $t_{trig}$  peut ainsi être estimé par la relation  $(t_{trig} u_s)/h \approx 0.25$ , ce qui donne :

$$(\frac{3}{2} t_{trig} \bar{u})/h \approx 0.25 \quad (\text{IV.9})$$

en faisant l'hypothèse d'un profil parabolique au sein de la couche., i.e.,  $u_s = 3/2 \bar{u}$ . L'expression du temps de déclenchement comme une fonction de l'inclinaison  $\theta$ , de la fraction volumique  $\phi_0$  et des propriétés du fluide et des grains est donnée par les relations IV.8 et IV.9 dans lesquelles on fera l'hypothèse  $\phi \approx \phi_0$  :

$$t_{trig} = t_0 \frac{\tan\Psi \tan(\delta + \Psi)}{\tan\theta - \tan(\delta + \Psi)}, \quad (\text{IV.10})$$

où  $t_0 = \frac{0.25\eta h}{3/2\alpha d^2 \Delta\rho g \phi_c \cos\theta}$  et  $\Psi = K(\Phi_0 - \Phi_c)$  Dans la section suivante, nous comparons ces prédictions avec les mesures expérimentales.

## IV.2 Délai de déclenchement : expériences et estimations

Pour tester les prédictions de l'équation IV.10, nous avons conduit des expériences pour différentes épaisseurs  $h$ , différentes inclinaisons  $\theta$ , pour deux viscosités de fluide  $\eta$  et différentes fractions volumiques initiales  $\phi_0$ . La figure IV.1 est un résumé des résultats. Le temps de déclenchement adimensionné par  $t_0$  est tracé en fonction de  $\phi_0$ . Les données

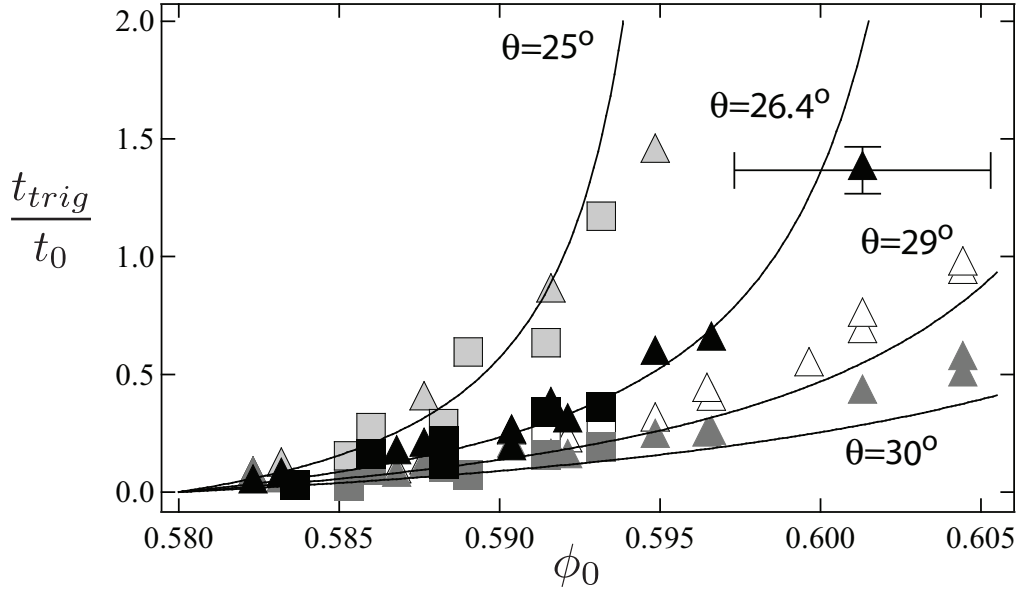


FIGURE IV.1 – Temps de déclenchement adimensionné  $t_{trig}/t_0$  en fonction de  $\phi_i$ . Les triangles représentent les cas à faible viscosité et les carrés, les cas à haute viscosité. Les données ont été obtenues pour des épaisseurs de  $h = 3.7, 4.7$  et  $6.1$  mm. Les lignes continues sont la prédiction de l'équation IV.10

obtenues pour une même inclinaison mais pour différentes épaisseurs et différentes viscosités se rassemblent, comme le prédit le modèle. De plus, nous avons essayé de fitter qualitativement les données par l'équation IV.10. Dans ce but, nous avons besoin de déterminer les coefficients  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\phi_c$  et  $K$ . Le paramètre  $\alpha$  est obtenu en utilisant la formule de Kozeny-Carman pour un empilement de sphères :

$$\alpha = \frac{(1 - \phi)^3}{150\phi^2}, \quad (\text{IV.11})$$

ce qui donne  $\alpha = 0.005$ , pour  $\phi$  autour de 0.58. L'angle de friction  $\delta$  est estimé en mesurant l'angle de repos du matériau égal à  $\delta = 22.5^\circ$ . La fraction volumique critique  $\phi_c$  est prise égale à  $\phi_c = 0.58$ , elle est donnée par la transition entre le comportement lâche et le comportement dense. Le paramètre de fit restant est  $K$  intervenant dans l'expression de l'angle de dilatançe (équation IV.2). Le meilleur fit est obtenu pour  $K = 3.4$  et est montré sur la figure IV.1. Un bon accord est obtenu entre les prédictions et les mesures. Cette valeur de  $K$  correspond à un angle de dilatançe de quelques degrés.

### IV.3 Pression de pore

Une autre prédiction de ce modèle simple concerne la pression de pore négative  $\Delta P_f$ , qui se développe à travers la couche pendant la phase de fluage. A partir des équations



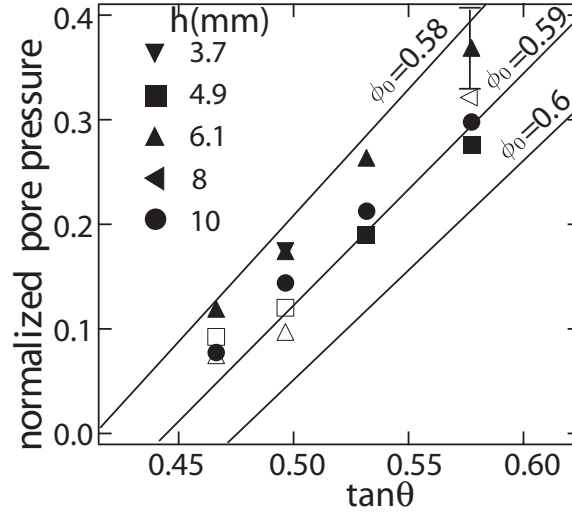


FIGURE IV.2 – Pression de pore minimum normalisée  $-\Delta P_f^{min}/\Delta\rho gh\phi_i \cos\theta$  en fonction de  $\theta$  pour différents  $h$  ; basse viscosité (symboles pleins) et haute viscosité (symboles vides). Chaque point correspond à une moyenne sur différents  $\phi_0$  pour les cas dense ( $\phi_0 > 0.58$ ). Les lignes continues sont la prédiction de l'équation IV.12

IV.1, IV.4 et IV.5, nous obtenons la relation suivante :

$$\frac{-\Delta P_f}{\Delta\rho g\phi_i \cos\theta} = \frac{\tan\theta}{\tan\delta + K(\phi_0 - \phi_c)} - 1. \quad (\text{IV.12})$$

Le modèle prédit que la pression de pore s'adimensionne avec le poids déjaugé de la couche de grains et varie linéairement avec l'inclinaison, ce qui est en accord avec les observations expérimentales. Cependant, l'équation IV.12 prédit aussi une variation avec la fraction volumique initiale, ce qui n'est pas observé expérimentalement (figure IV.2). Cette divergence est certainement due à l'hypothèse d'une dilatance constante.

Ce modèle simple permet de rendre compte du délai de déclenchement dans le cas dense. Cependant pour prédire l'ensemble de la dynamique de déclenchement sur des temps longs, une rhéologie granulaire est nécessaire. Une théorie plus complète sera donc développée dans le chapitre suivant, basée sur un modèle diphasique complet afin de capturer l'évolution de la vitesse et de la pression de pore.



# Chapitre V

## Théorie

### Sommaire

<b>V.1 Moyennage dans l'épaisseur</b>	<b>57</b>
V.1.1 Equations diphasiques	58
V.1.2 Moyennage dans l'épaisseur	60
<b>V.2 Choix de la loi de comportement</b>	<b>63</b>
<b>V.3 Modèle de dilatance</b>	<b>64</b>
<b>V.4 Modèle final d'avalanche sous-marine</b>	<b>65</b>

Dans ce chapitre, nous développons un modèle basé sur une version moyennée dans l'épaisseur des équations diphasiques afin de décrire le déclenchement des avalanches granulaires sous-marines. Dans le but de capturer les dynamiques complexes de notre système, le modèle théorique doit contenir plusieurs ingrédients. Premièrement, il doit être écrit sous forme d'équations à deux phases pour capturer le couplage entre le fluide et la structure granulaire. Deuxièmement, le modèle doit permettre de prédire convenablement l'état stationnaire. Cela signifie que la rhéologie de la phase granulaire doit être correctement prise en compte. Troisièmement, les variations de fraction volumique dues à la déformation initiale doivent être décrites.

### V.1 Moyennage dans l'épaisseur

Dans les équations d'écoulement à deux phases, les grains et le fluide sont décrits comme deux phases continues caractérisées par différentes vitesses, différentes contraintes, et qui interagissent à travers les forces hydrodynamiques. Les lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement peuvent être obtenues formellement par un moyennage local ([Jackson 2000](#)), le problème étant le choix des lois constitutives pour chacune des deux phases et le choix des forces d'interactions. Dans le but de modéliser la configuration d'une couche fine de grains immergés s'écoulant sur un plan incliné, nous suivons le travail effectué par Pitman et Le (2005), qui obtiennent une version moyennée dans l'épaisseur des équations à deux phases de Jackson (2000).

### V.1.1 Equations diphasiques

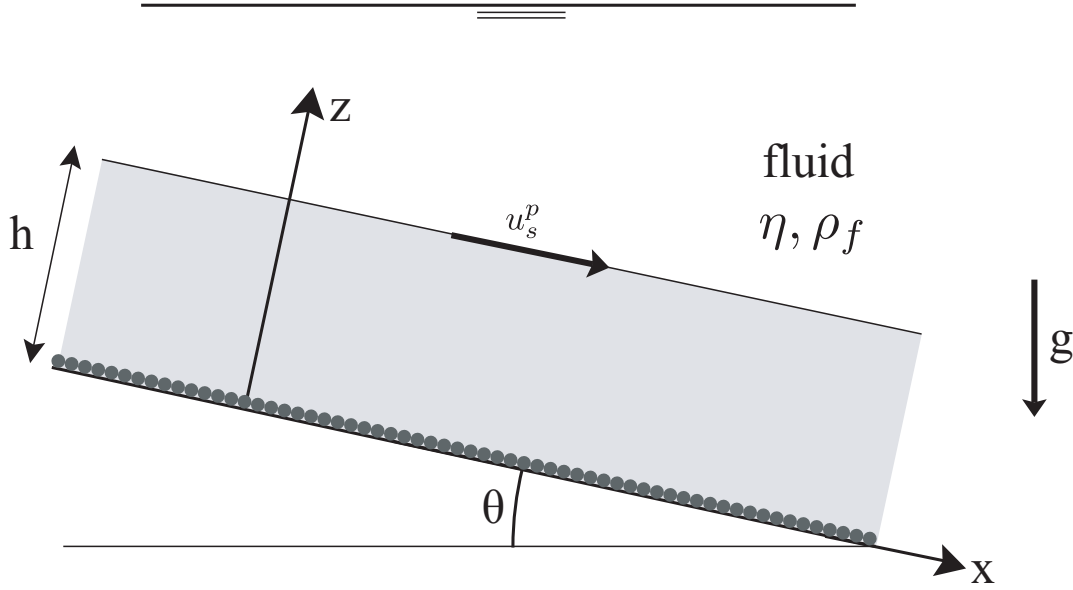


FIGURE V.1 – Schéma illustrant la configuration à modéliser

Considérons une couche de grains d'épaisseur  $h$  complètement immergée dans un fluide de densité  $\rho_f$  et de viscosité  $\eta$  sur un plan incliné à un angle  $\theta$  par rapport à l'horizontale (figure V.1). Le diamètre des particules est  $d$  et leur densité est  $\rho_p$ . Nous supposons que l'écoulement est uniforme dans la direction  $x$ . Cependant, le mouvement dans la direction  $z$  existe, qui est induit par la dilatation ou la compaction de la couche granulaire. La fraction volumique de l'empilement granulaire est  $\phi(z, t)$ . Les vitesses des particules et du fluide sont respectivement  $\mathbf{u}^p = u^p(z, t)\mathbf{e}_x + v^p(z, t)\mathbf{e}_z$  et  $\mathbf{u}^f = u^f(z, t)\mathbf{e}_x + v^f(z, t)\mathbf{e}_z$  avec  $\mathbf{e}_x$  et  $\mathbf{e}_z$  étant les vecteurs unitaires selon les axes  $x$  et  $z$ . Les tenseurs  $\sigma^p$  et  $\sigma^f$  sont les tenseurs des contraintes pour les particules et pour le fluide.

Les équations de conservation de la masse pour les deux phases peuvent s'écrire simplement en supposant l'eau et les grains comme incompressibles :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}^p \phi) = 0 \quad (\text{V.1})$$

$$\frac{\partial (1 - \phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}^f (1 - \phi)) = 0 \quad (\text{V.2})$$

Les équations de conservation de la quantité de mouvement sont obtenues en écrivant que l'accélération d'un élément de la phase solide est égale à la somme des forces qui s'exercent sur cet élément. Les forces s'exerçant sur la phase solide sont les suivantes :

- le poids des grains  $\rho_p \phi \mathbf{g}$
- les contraintes sur la phase granulaire  $\nabla \cdot \sigma^p$
- les forces qu'exerce le fluide sur les grains  $\mathbf{f}$ .

La conservation de la quantité de mouvement pour la phase solide donne :

$$\rho_p \phi \left( \frac{\partial \mathbf{u}^p}{\partial t} + \mathbf{u}^p \cdot \nabla \mathbf{u}^p \right) = \nabla \cdot \sigma^p + \mathbf{f} + \rho_p \phi \mathbf{g} \quad (\text{V.3})$$

Les forces s'exerçant sur la phase liquide sont les suivantes :

- le poids du fluide  $\rho_f(1 - \phi)\mathbf{g}$
- les contraintes sur la phase fluide  $\nabla \cdot \sigma^f$
- les forces qu'exercent les grains sur le fluide  $-\mathbf{f}$ .

La conservation du mouvement pour la phase fluide donne :

$$\rho_f(1 - \phi) \left( \frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial t} + \mathbf{u}^f \cdot \nabla \mathbf{u}^f \right) = \nabla \cdot \sigma^f - \mathbf{f} + \rho_f(1 - \phi)\mathbf{g} \quad (\text{V.4})$$

Le terme  $\mathbf{f}$  correspond aux forces d'interaction entre les deux phases. La première contribution à la force  $\mathbf{f}$  provient de la flottabilité qui s'écrit  $\phi \nabla \cdot \sigma^f$  si on suit la proposition de Jackson (2000) qui suggère de ne pas mettre simplement la partie pression. La seconde contribution à la force  $\mathbf{f}$  provient des forces de traînée lorsque les deux phases n'ont pas la même vitesse. Dans la limite visqueuse, nous adoptons la formulation suivante :

$$\mathbf{f} = \phi \nabla \cdot \sigma^f + (1 - \phi)^2 \beta (\mathbf{u}^f - \mathbf{u}^p) \quad (\text{V.5})$$

avec  $\beta = \eta/(\alpha d^2)$ , où  $\alpha d^2$  est la perméabilité d'un matériau poreux formé de particules (Ouriemi *et al.* 2008). Nous utiliserons pour  $\alpha$  la formule de Kozeny-Carman pour un empilement de sphères dures :  $\alpha = (1 - \phi)^3/(150\phi^2)$ . Le terme  $(1 - \phi)^2$  devant le  $\beta$  dans l'équation V.5 est là simplement pour retrouver les formules classiques de Darcy pour l'écoulement dans un poreux à partir du formalisme diphasique. Une dernière simplification peut se faire à ce stade sur l'expression de la contrainte fluide  $\sigma^f$ .

En effet, les avalanches immergées appartiennent à un régime d'écoulement granulaire dense, dans lequel les contraintes dues aux interactions de contacts entre les particules sont prépondérantes comparées aux autres contraintes visqueuses qui se développent dans la phase fluide. En suivant plusieurs auteurs (Iverson 2005; Pitman & Le 2005), nous pouvons supposer alors que les contraintes visqueuses dans la phase fluide sont négligeables. Sous cette hypothèse, le tenseur des contraintes fluides se réduit simplement à la partie isotrope de pression, que nous séparons en deux contributions  $\sigma^f = -(p^{hydro} + p^f)\mathbf{I}$ . La partie  $p^{hydro}$  est due à la pression hydrostatique et vérifie  $\nabla \cdot p^{hydro} = \rho_f \mathbf{g}$ , et  $p^f$  est la partie pression de pore liée au mouvement relatif des grains et de l'eau. Avec cette hypothèse et en utilisant le fait que l'écoulement est uniforme dans la direction  $x$ , les équations du mouvement se réduisent alors aux expressions suivantes pour la phase particule et la

phase fluide :

$$\rho_p \quad \phi \left( \frac{\partial u^p}{\partial t} + v^p \frac{\partial u^p}{\partial z} \right) = \frac{\partial \sigma_{xz}^p}{\partial z} + (\rho_p - \rho_f) \phi g \sin \theta + (1 - \phi)^2 \beta (u^f - u^p) \quad (\text{V.6})$$

$$\rho_p \quad \phi \left( \frac{\partial v^p}{\partial t} + v^p \frac{\partial v^p}{\partial z} \right) = \frac{\partial \sigma_{zz}^p}{\partial z} - (\rho_p - \rho_f) \phi g \cos \theta - \phi \frac{\partial p^f}{\partial z} + (1 - \phi)^2 \beta (v^f - v^p) \quad (\text{V.7})$$

$$\rho_f \quad (1 - \phi) \left( \frac{\partial u^f}{\partial t} + v^f \frac{\partial u^f}{\partial z} \right) = -(1 - \phi)^2 \beta (u^f - u^p) \quad (\text{V.8})$$

$$\rho_f \quad (1 - \phi) \left( \frac{\partial v^f}{\partial t} + v^f \frac{\partial v^f}{\partial z} \right) = -(1 - \phi) \frac{\partial p^f}{\partial z} - (1 - \phi)^2 \beta (v^f - v^p) \quad (\text{V.9})$$

### V.1.2 Moyennage dans l'épaisseur

A partir de ces équations et en suivant le travail de Pitman and Le (2005), nous pouvons intégrer dans l'épaisseur la conservation de la masse V.1 et la conservation de la quantité de mouvement selon  $x$  (V.6) et (V.8). Introduisons les quantités moyennées dans l'épaisseur notées par une barre,  $\bar{A}(t) = \frac{1}{h} \int_0^h A(z, t) dz$ .

#### i) Conservation de la masse

Compte tenu de l'uniformité en  $x$ , l'équation de la masse intégrée s'écrit :

$$\int_0^h \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (u^p \phi) \right) dz = 0 \quad (\text{V.10})$$

ce qui donne sachant que  $v_{|z=0}^p = 0$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^h \phi dz - \phi_{|z=h} \frac{\partial h}{\partial t} + (v^p \phi)_{|z=h} = 0 \quad (\text{V.11})$$

or  $\frac{\partial h}{\partial t} = v_{|z=h}^p$ , il ne reste donc que le premier terme qui s'écrit avec une dérivée droite puisqu'il n'y a plus que le temps comme variable :

$$\frac{d\bar{\phi}h}{dt} = 0. \quad (\text{V.12})$$

#### ii) Quantité de mouvement

L'équation de quantité de mouvement des particules selon  $x$  (équation V.6) s'écrit une fois moyennée dans l'épaisseur :

$$\int_0^h \rho_p \phi \left( \frac{\partial u^p}{\partial t} + v^p \frac{\partial u^p}{\partial z} \right) dz = \int_0^h \left( \frac{\partial \sigma_{xz}^p}{\partial z} + (\rho_p - \rho_f) \phi g \sin \theta + (1 - \phi)^2 \beta (u^f - u^p) \right) dz \quad (\text{V.13})$$

L'accélération qui est le membre de gauche (LHS) donne :

$$LHS = \rho_p \left( \int_0^h \phi \frac{\partial u^p}{\partial t} dz + \int_0^h \phi v^p \frac{\partial u^p}{\partial z} dz \right) \quad (V.14)$$

$$= \rho_p \int_0^h \frac{\partial \phi u^p}{\partial t} dz - \rho_p \int_0^h u^p \frac{\partial \phi}{\partial t} dz + \rho_p \int_0^h \phi v^p \frac{\partial u^p}{\partial z} dz \quad (V.15)$$

or  $\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\partial v^p \phi}{\partial z}$  ce qui donne :

$$LHS = \rho_p \int_0^h \frac{\partial \phi u^p}{\partial t} dz + \rho_p \int_0^h \frac{\partial \phi u^p v^p}{\partial z} dz \quad (V.16)$$

$$= \rho_p \int_0^h \frac{\partial \phi u^p}{\partial t} dz + \rho_p (\phi u^p v^p)|_{z=h} \quad (V.17)$$

et en remarquant que  $v^p|_{z=h} = \frac{\partial h}{\partial t}$ , on trouve :

$$LHS = \rho_p \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h \phi u^p dz \quad (V.18)$$

$$= \rho_p \frac{\partial h \overline{\phi u^p}}{\partial t} \quad (V.19)$$

Nous ferons l'hypothèse que  $\overline{\phi u^p} = \overline{\phi} \overline{u^p}$ . En utilisant alors la conservation de la masse (V.12), on obtient :

$$LHS = \rho_p \frac{dh \overline{\phi} \overline{u^p}}{dt} \quad (V.20)$$

$$= \rho_p h \overline{\phi} \frac{d\overline{u^p}}{dt}. \quad (V.21)$$

Le moyennage dans l'épaisseur du membre de droite (RHS) de l'équation (V.13) donne :

$$RHS = \int_0^h \frac{\partial \sigma_{xz}^p}{\partial z} dz + \int_0^h (\rho_p - \rho_f) \phi g \sin \theta dz + \int_0^h \frac{150 \eta \phi^2}{(1 - \phi) d^2} (u^f - u^p) dz \quad (V.22)$$

$$= \sigma_{xz|z=h}^p - \sigma_{xz|z=0}^p + (\rho_p - \rho_f) g \sin \theta \int_0^h \frac{\phi}{d} dz + \int_0^h \frac{150 \eta \phi^2}{(1 - \phi) d^2} (u^f - u^p) dz \quad (V.23)$$

$$(V.24)$$

Nous savons d'autre part que  $\sigma_{xz|z=h}^p$  à la surface du lit granulaire est nulle (nous avons négligé toute contrainte visqueuse au dessus qui serait due au fluide clair) :  $\sigma_{xz|z=h}^p = 0$ . Par contre la contrainte du fond  $\sigma_{xz|z=0}^p$  est non nulle et nous l'appellerons  $\tau_b$ . Seul le dernier terme pose problème. Nous allons supposer comme Pitman & Le (2005) qu'une formulation identique à la force de traînée présente dans l'équation V.5 est valide pour les

grandeurs moyennées. Sous ces hypothèses nous obtenons :

$$RHS = -\tau_b^p + (\rho_p - \rho_f)g\bar{\phi}h \sin \theta + \frac{150\eta\bar{\phi}^2}{(1-\bar{\phi})d^2}(\bar{u}^f - \bar{u}^p)h \quad (V.25)$$

Pour les équations du fluide V.8, nous pouvons procéder de la même manière.

Au final, nous obtenons donc le système suivant d'équations moyennées dans l'épaisseur.

$$\frac{d\bar{\phi}h}{dt} = 0 \quad (V.26)$$

$$\rho_p \frac{d\bar{\phi}h\bar{u}^p}{dt} = (\rho_p - \rho_f)g\bar{\phi}h \sin \theta - \tau_b^p + \frac{150\eta\bar{\phi}^2}{(1-\bar{\phi})d^2}(\bar{u}^f - \bar{u}^p)h \quad (V.27)$$

$$\rho_f \frac{d(1-\bar{\phi})h\bar{u}^f}{dt} = -\frac{150\eta\bar{\phi}^2}{(1-\bar{\phi})d^2}(\bar{u}^f - \bar{u}^p)h \quad (V.28)$$

L'équation V.27 stipule que l'accélération de la phase solide est contrebalancée par trois forces : la force de gravité relative, la contrainte de cisaillement frictionnel à la base  $\tau_b^p = \sigma_{xz|z=0}^p$ , qui existe à l'interface entre la couche granulaire et le fond rugueux, et la force de traînée. L'accélération du fluide V.28 est simplement contrebalancée par la force de traînée entre les deux phases.

En écrivant les équations du mouvement sous une forme moyennée dans l'épaisseur, nous avons caché le comportement rhéologique complexe dans une contrainte de cisaillement à la base  $\tau_b^p$ , qui a besoin d'être spécifiée. Cependant, avant d'entrer dans les détails de la rhéologie, nous anticipons le fait que la contrainte granulaire puisse être de nature frictionnelle, ce qui signifie que  $\tau_b^p$  est reliée à la contrainte normale à la base  $\sigma_{zz|z=0}^p$ . Les équations de la quantité de mouvement selon  $z$  (V.7) et (V.9) nous donne l'information concernant cette composante de la contrainte. Sous l'hypothèse classique de couche mince, la vitesse verticale est habituellement liée à la non uniformité de l'écoulement supposée faible, ce qui implique d'après (V.9) que la pression du fluide est simplement hydrostatique ( $p^f = 0$ ). Cependant, dans nos avalanches sous-marines, le déplacement vertical entre les grains et le fluide est induit par la dilatation ou la compaction de la couche granulaire. Le mouvement vertical est une caractéristique clé qui contrôle la dynamique en influençant la pression. Ce couplage entre le déplacement vertical et la pression vient du membre de gauche dans l'équation (V.9) qui est considéré comme négligeable. Sous cette hypothèse, un gradient de pression existe dans le fluide, donné par (V.9) :

$$\frac{\partial p^f}{\partial z} = -(1-\phi)\beta(v^f - v^p). \quad (V.29)$$

Intéressons nous au calcul de la pression granulaire  $p^p$ . En substituant l'expression



(V.29) dans (V.7), et en négligeant l'accélération verticale qui est faible, il vient :

$$0 = \frac{\partial \sigma_{zz}^p}{\partial z} - (\rho_p - \rho_f)\phi g \cos \theta + \phi(1 - \phi)\beta(v^f - v^p) + (1 - \phi)^2\beta(v^f - v^p) \quad (\text{V.30})$$

$$= \frac{\partial \sigma_{zz}^p}{\partial z} - (\rho_p - \rho_f)\phi g \cos \theta + (1 - \phi)\beta(v^f - v^p) \quad (\text{V.31})$$

En utilisant le fait que la conservation de la masse implique  $\phi v^p + (1 - \phi)v^f = 0$ , il vient :

$$0 = \frac{\partial \sigma_{zz}^p}{\partial z} - (\rho_p - \rho_f)\phi g \cos \theta - \beta v^p \quad (\text{V.32})$$

Puis en intégrant sur l'épaisseur, cela conduit à l'expression suivante pour la contrainte normale à la base que nous appellerons  $p_b^p$  :

$$p_b^p = \sigma_{zz|z=0}^p = (\rho_p - \rho_f)\bar{\phi}gh \cos \theta + \beta h \bar{v}^p \quad (\text{V.33})$$

La pression des particules est donnée par le poids déjaugé des grains augmenté de la force de traînée due au mouvement vertical. Les équations (V.26, V.27, V.28) et (V.33) définissent notre modèle diphasique moyenné dans l'épaisseur. La prochaine étape consiste à formuler la rhéologie granulaire qui intervient dans la contrainte à la base  $\tau_b^p$  et à décrire la manière dont la dilatation ou la compaction se produit.

## V.2 Choix de la loi de comportement

Nous avons vu dans l'introduction qu'une description pertinente de la rhéologie d'un milieu granulaire immergé est donnée par une loi de friction et une loi de fraction volumique qui dépendent du taux de cisaillement adimensionné  $\mathcal{I} = \frac{\dot{\gamma}\eta}{p^p}$  où  $\eta$  est la viscosité du fluide et  $p^p$  la pression granulaire. Ainsi un milieu granulaire cisailé à  $\dot{\gamma}$  sous une pression  $p^p$ , développera dans le régime stationnaire d'équilibre une contrainte tangentielle  $\tau_{eq}^p = \mu(\mathcal{I})p^p$  et une fraction volumique  $\phi_{eq}(\mathcal{I})$ . Cette description a permis de modéliser les écoulements sur plan incliné immergés (Cassar *et al.* 2005) et des écoulements sur tas (Doppler *et al.* 2007). Dans la limite des faibles  $\mathcal{I}$ , on peut linéariser les fonctions  $\mu$  et  $\phi$  ce qui revient à proposer les lois constitutives suivantes :

$$\tau_{eq}^p = \mu_s p^p + K_1 \eta \dot{\gamma} \quad (\text{V.34})$$

$$\phi_{eq} = \phi_c - K_2 \frac{\eta \dot{\gamma}}{p^p} \quad (\text{V.35})$$

où  $\mu_s$ ,  $\phi_c$ ,  $K_1$  et  $K_2$  sont des constantes. La contrainte de cisaillement est alors la somme d'un terme purement frictionnel et d'un terme purement visqueux. Dans cette expression de la fraction volumique, nous avons introduit la valeur critique  $\phi_c$ , qui représente la fraction volumique critique observée quand une déformation quasi statique ( $\dot{\gamma}$  tend vers

zéro) continue se produit. Cependant, suivant la préparation, un empilement peut être initialement plus dense ou lâche que  $\phi_c$  et occasionnera une dilatation ou une contraction avant d'atteindre la valeur critique  $\phi_c$  pour de larges déformations. La dernière étape dans le développement de notre modèle consiste à modifier les équations V.35 et V.34 qui ne sont valables que dans le régime stationnaire, dans le but de décrire la déformation initiale et de capturer les changements initiaux de fraction volumique.

### V.3 Modèle de dilatance

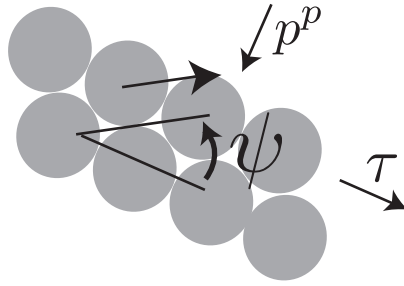


FIGURE V.2 – Angle de dilatance  $\psi$

Pour ce faire, nous avons vu dans l'introduction qu'un cadre pertinent pour capturer la déformation transitoire est la théorie simple d'état critique proposée par Radjai et Roux (1997, 2001) qui est valable pour des particules rigides à un niveau bas de contrainte de confinement. Ce modèle est basé sur le concept d'angle de dilatance  $\psi$ , qui donne le taux de dilatation (compaction) du matériau soumis à un simple cisaillement. Le modèle propose les équations suivantes pour décrire l'évolution de la fraction volumique  $\phi$  et de la contrainte de cisaillement  $\tau^p$  dans un matériau granulaire cisailé à un taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  sous une pression de confinement  $p^p$  :

$$\frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial v^p}{\partial z} = \tan \psi \dot{\gamma} \quad (\text{V.36})$$

$$\tau^p = \tan \psi p^p + \tau_{eq}^p \quad (\text{V.37})$$

$$\tan \psi = K_3(\phi - \phi_{eq}) \quad (\text{V.38})$$

où  $\tau_{eq}^p$  et  $\phi_{eq}$  sont la contrainte et la fraction volumique obtenues dans le régime stationnaire des grandes déformations. La première équation stipule de combien le matériau se dilate ou se contracte en fonction de la valeur de l'angle de dilatance. La seconde équation signifie que la variation de la fraction volumique entraîne une contribution supplémentaire pour la contrainte due à la disposition géométrique. La dernière équation suppose simplement que l'angle de dilatance est proportionnel à la différence entre la fraction volumique actuelle et la fraction volumique critique qui correspond à l'état stationnaire, avec  $K_3$  étant une constante. La variation linéaire de l'angle de dilatance et de la fraction

volumique peut être vue comme le premier terme d'un développement de Taylor d'une expression de dilatançe plus générale  $\psi(\phi)$  avec  $\phi_{eq} = 0$  (Roux & Radjai 1997). Sous un taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  constant imposé, nous avons vu que ce jeu d'équation prédit que la fraction volumique et que la contrainte de cisaillement relaxent vers l'état stationnaire donné par  $\tau_{eq}^p$  et  $\phi_{eq}$  avec un temps de relaxation simplement donné par  $1/(K3\phi_{eq}\dot{\gamma})$ . Dans leur travail original, Radjai et Roux étaient intéressés par un écoulement quasi-statique de matériau granulaire sec. Ainsi la contrainte de cisaillement critique  $\tau_{eq}^p$  et la fraction volumique critique  $\phi_{eq}$  étaient constantes. Pour généraliser cette approche à nos avalanches granulaires immergées, nous supposons maintenant que  $\tau_{eq}^p$  et  $\phi_{eq}$  dépendent du taux de cisaillement, donné par les lois phénoménologiques constitutives (V.35) et (V.34). Les équations V.36 à V.38 assemblées aux équations V.35 et V.34 représentent la théorie d'état critique dépendante du taux de cisaillement la plus simple que nous puissions proposer pour les matériaux granulaires.

## V.4 Modèle final d'avalanche sous-marine

Nous disposons maintenant de tous les ingrédients pour écrire la contrainte de cisaillement à la base  $\tau_b^p$  dans l'équation du mouvement (V.27). D'après (V.34) et (V.37),  $\tau_b^p$  est relié à la dilatançe à la base  $\tan \psi_b$ , à la pression à la base  $p_b^p$  et au taux de cisaillement à la base  $\dot{\gamma}_b$  :

$$\tau_b^p = (\mu_s + \tan \psi_b)p_b^p + K_1\eta\dot{\gamma}_b \quad (\text{V.39})$$

Pour fermer le système, nous devons relier les quantités à la base aux quantités moyennées dans l'épaisseur. Premièrement, la dilatançe à la base  $\psi_b$  est reliée à la fraction volumique par la relation V.38 dont l'évolution est contrôlée par V.36. Deuxièmement, nous devons exprimer le taux de cisaillement à la base  $\dot{\gamma}_b$ . Comme d'ordinaire dans l'approche moyennée dans l'épaisseur, nous supposons qu'à chaque instant, le profil de vitesse à l'intérieur de la couche a la même forme que celui prédit à l'état stationnaire par la rhéologie. Nous avons vu que le profil d'une couche granulaire s'écoulant sur une pente est une parabole (Cassar *et al.* 2005). Nous avons donc la relation  $\dot{\gamma}_b = 3\bar{u}^p/h$ . Cette hypothèse signifie que le profil de vitesse est en permanence pleinement développé au sein de la couche, ce qui est loin d'être une certitude. La difficulté restante est d'écrire la pression à la base  $p_b^p$  donnée par (V.33), dans laquelle la vitesse verticale  $\bar{v}^p$  rentre en compte. Grâce à la relation de dilatançe, nous savons que  $\partial v^p/\partial z = \tan \psi \partial u^p/\partial z$ . Dans le cas d'une dilatançe indépendante de  $z$ , cette équation peut être intégrée. Cependant dans notre expérience, à priori,  $\tan \psi$  varie dans l'épaisseur de la couche. Il n'est donc pas possible d'intégrer rigoureusement cette équation. Nous supposons donc dans ce qui suit que la vitesse horizontale moyennée est proportionnelle à la vitesse verticale moyennée multipliée par la dilatançe à la base :

$$\bar{v}^p = K_4 \tan \psi_b \bar{u}^p \quad (\text{V.40})$$

où  $K_4$  est une constante de l'ordre de l'unité. Cette fermeture signifie que la dilatançe à la base donne le bon ordre de grandeur de la dilatançe au sein de la couche. Finalement, nous supposons que l'épaisseur de la couche est constante  $h = h_0$  et que  $\bar{\phi}h$ , qui est constant selon la conservation de la masse (V.26), est égal à  $\phi_c h_0$  où  $\phi_c$  est la fraction volumique critique introduite dans l'équation V.35. Le modèle final décrivant l'évolution de nos avalanches sous-marines est alors donné par le jeu d'équations suivant, où le symbole barre du moyennage a été supprimé :

$$\rho_p \phi_c h_0 \frac{du^p}{dt} = (\rho_p - \rho_f) \phi_c g h_0 \sin \theta - \tau_b^p + \frac{150\eta\phi^2}{(1-\phi)d^2} (u^f - u^p) h_0 \quad (\text{V.41})$$

$$\rho_f (1 - \phi_c) h_0 \frac{du^f}{dt} = -\frac{150\eta\phi^2}{(1-\phi)d^2} (u^f - u^p) h_0 \quad (\text{V.42})$$

$$\tau_b^p = (\mu_s + \tan \psi_b) p_b^p + K_1 \frac{3\eta u^p}{h_0} \quad (\text{V.43})$$

$$p_b^p = (\rho_p - \rho_f) \phi_c g h_0 \cos \theta + K_4 \frac{150\eta\phi^2}{(1-\phi)^3 d^2} h_0 u^p \tan \psi_b \quad (\text{V.44})$$

$$\tan \psi_b = K_3 (\phi - \phi_{eq}) \quad (\text{V.45})$$

$$\phi_{eq} = \phi_c - K_2 \frac{3\eta u^p}{p_b^p h_0} \quad (\text{V.46})$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -3\phi \tan \psi_b \frac{u^p}{h_0}. \quad (\text{V.47})$$

Résumons la signification physique de tous ces termes. L'équation (V.41) est l'équation du mouvement pour la phase solide, dans laquelle l'accélération est contrebalancée par la gravité, la friction à la base et la traînée proportionnelle au mouvement relative entre les grains et le fluide. L'équation (V.42) stipule que l'accélération du fluide est donnée par la traînée uniquement. La contrainte de cisaillement à la base (V.43) est composée de trois termes : une friction constante, une friction induite par la dilatançe et un terme visqueux. La pression granulaire normale (V.44) est donnée par le poids relatif des grains plus une force de traînée induite par la dilatançe. L'équation (V.45) explique que la dilatançe est liée à la différence entre la fraction volumique et la fraction volumique à l'équilibre qui est donnée par (V.46) et dépend de la vitesse des grains et de la pression granulaire. Enfin, (V.47) donne la variation de la fraction volumique en fonction de la dilatançe.

Comme il est d'usage en mécanique des fluides, écrivons les équations sous une forme adimensionnée. Dans ce but, choisissons comme échelle de longueur caractéristique l'épaisseur initiale  $h_0$ , et comme échelle de vitesse caractéristique  $U_0$  donné par

$$U_0 = \frac{(\rho_p - \rho_f) g h_0^2 \phi_c \cos \theta}{3K_1 \eta}.$$

Ce choix d'échelle de vitesse permet d'avoir une vitesse de l'écoulement stationnaire qui s'écrit simplement. A l'état stationnaire, l'équation V.41 devient :

$$(\rho_p - \rho_f)\phi_c g h_0 \sin \theta = \mu_s(\rho_p - \rho_f)\phi_c g h_0 \cos \theta + \frac{3K_1 \eta u^p(t = \infty)}{h_0} \quad (\text{V.48})$$

La vitesse stationnaire s'écrit ainsi :

$$u^p(t = \infty) = (\tan \theta - \mu_s)U_0. \quad (\text{V.49})$$

Avec ce choix, l'évolution temporelle de la vitesse du fluide, de la vitesse des grains et de la fraction volumique est donnée par les équations suivantes où le tilde indique des quantités sans dimension :

$$Fr^2 \frac{d\tilde{u}^p}{d\tilde{t}} = \tan \theta - \tilde{\tau}_b^p + \frac{\phi^2}{(1 - \phi)} S(\tilde{u}^f - \tilde{u}^p) \quad (\text{V.50})$$

$$\frac{\rho_f}{\rho_p} Fr^2 \frac{d\tilde{u}^f}{d\tilde{t}} = -\frac{\phi^2}{(1 - \phi)} \frac{\phi_c}{(1 - \phi_c)} S(\tilde{u}^f - \tilde{u}^p) \quad (\text{V.51})$$

$$\frac{d\phi}{d\tilde{t}} = -3\phi\tilde{u}^p \tan \psi_b \quad (\text{V.52})$$

$$\tilde{\tau}_b^p = (\mu_s + \tan \psi_b)\tilde{p}_b^p + \tilde{u}^p \quad (\text{V.53})$$

$$\tilde{p}_b^p = 1 + \frac{\phi^2}{(1 - \phi)^3} K_4 S \tilde{u}^p \tan \psi_b \quad (\text{V.54})$$

$$\tan \psi_b = K_3(\phi - \phi_{eq}) \quad (\text{V.55})$$

$$\phi_{eq} = \phi_c - \frac{K_2 \tilde{u}^p}{K_1 \tilde{p}_b^p} \quad (\text{V.56})$$

où  $Fr^2 = \frac{\rho_p U_0^2}{(\rho_p - \rho_f)g h_0 \cos \theta}$  et  $S = \frac{50}{K_1} \frac{h_0^2}{d^2}$  sont deux nombres sans dimension paramètres du problème.

Les conditions initiales sont  $\phi = \phi_0$ , et  $u^f = u^p = 0$  à  $t = 0$ . Dans le but de comparer les prédictions du modèle avec les mesures expérimentales, nous avons simulé ces équations en utilisant la méthode de Runge Kutta à l'ordre 4.



# Chapitre VI

## Comparaison du modèle avec les expériences

### Sommaire

<b>VI.1 Prédictions du modèle</b>	<b>69</b>
<b>VI.2 Calibration du modèle</b>	<b>72</b>
VI.2.1 Rhéologie $\mu(I)$	72
VI.2.2 Dilatance $\phi(I)$	73
VI.2.3 Seuil de déclenchement	74
<b>VI.3 Comparaison quantitative</b>	<b>75</b>
VI.3.1 Cas lâche, cas dense	75
VI.3.2 Délai de déclenchement	77
VI.3.3 Pression de pore et accélération	78
<b>VI.4 Conclusion</b>	<b>79</b>

### VI.1 Prédictions du modèle

Avant d'essayer de confronter quantitativement le modèle et les expériences, nous allons d'abord analyser les caractéristiques qualitatives prédites par la théorie.

Premièrement, il est intéressant de relever que le modèle prédit un seuil d'écoulement, qui dépend de la fraction volumique initiale. Les équations (V.53) et (V.55) impliquent qu'il n'y a aucun écoulement si l'inclinaison est inférieure à l'angle critique  $\theta_c$  vérifiant  $\tan \theta_c = \mu_s + K_3(\phi_0 - \phi_c)$ . Cela signifie que si la fraction volumique initiale est plus grande ou plus petite que la valeur  $\phi_c$ , l'angle critique sera plus grand ou plus petit que  $\mu_s$ .

Une seconde remarque concerne l'évolution aux temps courts et le rôle des termes d'inertie dans les équations V.50 et V.51 qui vont comme  $Fr^2$ . Dans notre configuration, une valeur typique du nombre de Froude est  $Fr = 10^{-1}$ . Sous cette condition, la dynamique est caractérisée par une phase initiale très courte de l'ordre de  $Fr^2$ , suivi par une évolution plus lente. En utilisant nos conditions expérimentales, l'échelle de temps typique de la

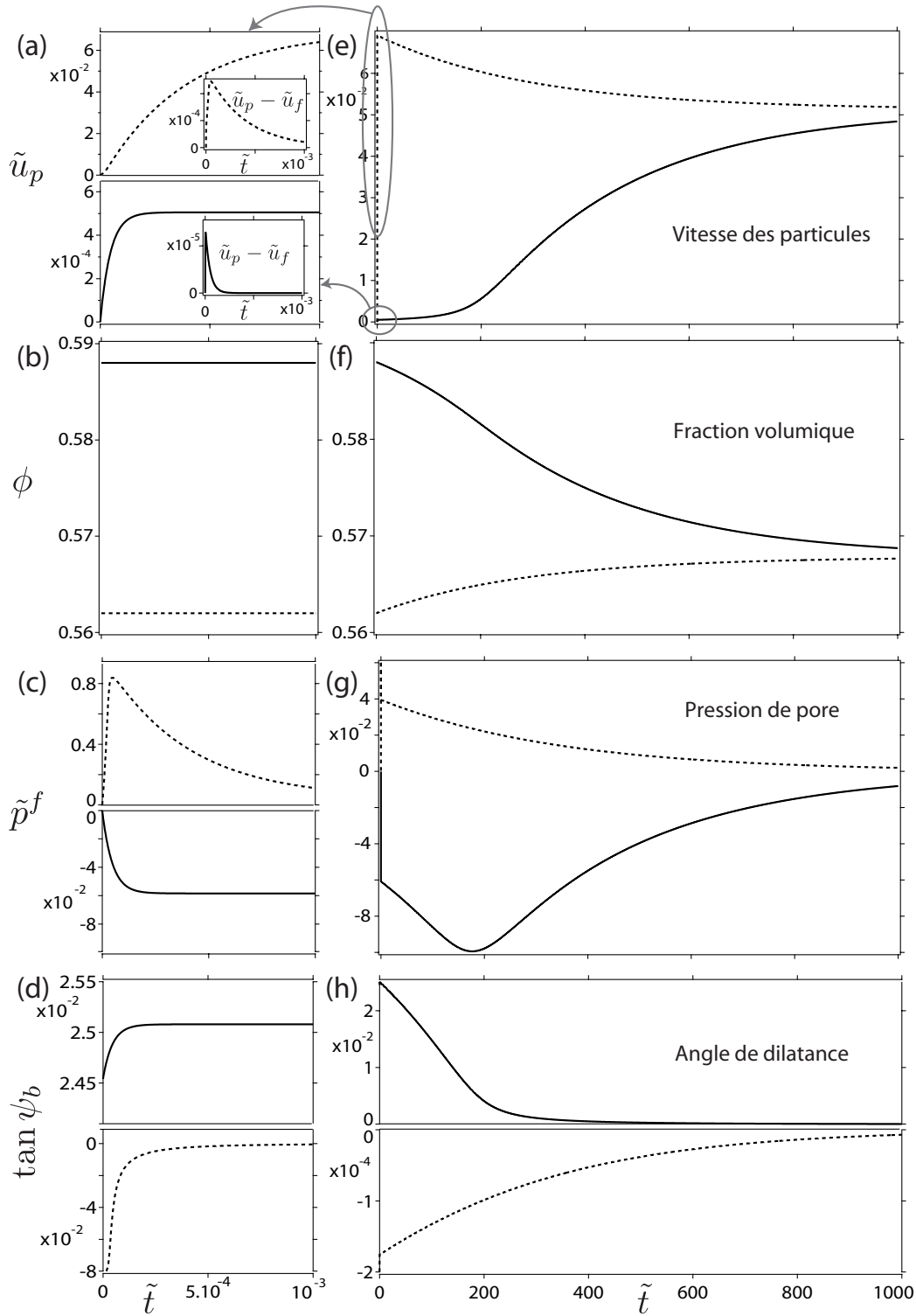


FIGURE VI.1 – Simulations typiques obtenues pour  $S = 2403$ ,  $\theta = 25^\circ$  pour  $\phi = 0.562$  (ligne en pointillée) et  $\phi = 0.588$  (ligne continue) ; (a-d) évolution au temps court ; (e-h) évolution à long terme ; (insert) de a : vitesse relative entre le fluide et les particules.



phase rapide est de l'ordre de  $10^{-2}s$ . La figure VI.1 montre les évolutions typiques des différentes variables du modèle à la fois dans le cas lâche (lignes en pointillés) et dans le cas dense (lignes continues). L'évolution aux temps courts est tracée sur la partie gauche de la figure VI.1, et l'évolution aux temps longs sur la partie droite. Cette figure comporte beaucoup d'informations que nous allons maintenant commenter.

Commençons par l'évolution aux temps courts. Pendant le transitoire initial rapide, la phase granulaire accélère (figure VI.1(a)) et la vitesse du fluide devient rapidement égale à la vitesse des particules (insert VI.1(a)). Au même moment, la pression de pore  $\tilde{p}^f$  se développe, devient négative dans le cas dense et positive passant par un maximum (figure VI.1(c)) dans le cas lâche. L'angle de dilatance  $\psi_b$  varie aussi pendant cette phase d'accélération initiale surtout dans le cas lâche (figure VI.1(d)). La fraction volumique  $\phi$  est la seule variable qui n'évolue pas sur l'échelle de temps rapide (figure VI.1(b)). A la fin de la phase transitoire inertielle, les variables commencent à évoluer sur une échelle de temps plus lente.

L'évolution lente est tracée à droite sur les figures VI.1(e-h). Premièrement, nous observons que les deux cas, lâche et dense, convergent vers le même état stationnaire caractérisé par une dilatance nulle  $\tan \psi_b = 0$ , aucune pression de pore  $\tilde{p}_b^f = 0$ , par une vitesse finale  $\tilde{u}_\infty^p = \tan \theta - \mu_s$  et une fraction volumique finale  $\phi^\infty = \phi_c - K_2/K_1(\tan \theta - \mu_s)$ . Deuxièmement, le modèle prédit un comportement dense et lâche similaire à celui observé dans les expériences. Dans le cas lâche, la vitesse présente un maximum du fait que la valeur atteinte durant le transitoire rapide initial est supérieure à la valeur de l'état stationnaire (figure VI.1(e)). Pendant la relaxation vers l'état stationnaire, la pression de pore est positive (figure VI.1(g)) et l'angle de dilatance est négatif (figure VI.1(h)), les deux relaxant vers zéro. Le comportement dense est caractérisé par un fluage initial durant lequel la vitesse reste égale à la faible valeur atteinte à la fin de la phase inertielle rapide. Pendant ce temps de fluage, l'angle de dilatance décroît continuellement vers zéro (figure VI.1(h)) et la pression de pore décroît lentement. Quand l'angle de dilatance atteint zéro, l'avalanche démarre : la vitesse croît significativement et atteint la valeur de l'état stationnaire, pendant que la pression de pore relaxe vers zéro.

Le modèle présente donc une interaction complexe entre la dilatance, la pression de pore et l'accélération et reproduit les observations faites avec les expériences. L'étape suivante consiste à estimer les différents coefficients introduits dans le système pour être capable de comparer quantitativement les mesures expérimentales avec la théorie. Avant de faire ceci, il est intéressant de relever que l'évolution qui nous intéresse dans les expériences correspond à l'évolution lente. Nous pouvons alors développer un modèle simplifié à nombre de Froude nul, qui est plus rapide à calculer que le modèle original complet. Dans cette approximation, la vitesse du fluide est à tout instant égale à la vitesse de la phase solide. La conservation de la quantité de mouvement V.50 et V.54 se réduit alors

aux expressions suivantes :

$$\tan \theta = (\mu_s + \tan \psi_b) \tilde{p}_b^p + \tilde{u}^p \quad (\text{VI.1})$$

$$\tilde{p}_b^p = 1 + K_4 S \frac{\phi^2}{(1-\phi)^3} \tilde{u}^p \tan \psi_b \quad (\text{VI.2})$$

Par la combinaison de ces équations, nous obtenons :

$$\tilde{u}_p = \frac{\tan \theta - \mu_s - \tan \psi_b}{1 + K_4 S \frac{\phi^2}{(1-\phi)^3} \tan \psi_b (\mu_s + \tan \psi_b)} \quad (\text{VI.3})$$

Cette dernière équation associée à (V.55) et (V.56) permet de relier l'angle de dilataance  $\tan \psi_b$  à la fraction volumique  $\phi$  par une équation d'ordre deux :

$$\begin{aligned} \tan^2 \psi_b \left[ K_1 K_4 S \frac{\phi^2}{(1-\phi)^3} \tan \theta \right] + \tan \psi_b \left[ K_1 + K_2 K_3 - K_1 K_3 K_4 S \tan \theta \frac{\phi^2}{(1-\phi)^3} (\phi - \phi_c) \right] \\ - K_1 K_3 (\phi - \phi_c) - K_2 K_3 (\tan \theta - \mu_s) = 0 \end{aligned} \quad (\text{VI.4})$$

Les équations (VI.3), (VI.4) et (V.52) définissent le système d'équation simplifié à résoudre pour l'approximation à nombre de Froude nul. Les conditions initiales sont alors déterminées seulement par la fraction volumique  $\phi_0$ , la vitesse initiale étant non nulle et donnée par (VI.3) et (VI.4).

## VI.2 Calibration du modèle

Avant de comparer les prédictions théoriques avec les expériences, nous devons déterminer les différents paramètres introduits dans le modèle. Les paramètres rhéologiques introduits sont  $\mu_s$ ,  $K1$  dans la loi de friction (V.34) et  $\phi_c$  et  $K2$  dans la loi de dilataance (V.35).

### VI.2.1 Rhéologie $\mu(I)$

La calibration des coefficients dans nos expériences est une tâche difficile car le régime stationnaire pleinement établi est rarement atteint dans notre configuration comme nous avons pu le voir dans la section III.2.1. Cependant en se limitant aux expériences où un plateau en vitesse est observé avant que l'épaisseur diminue, nous avons vu au chapitre III nous sommes capables d'obtenir une bonne estimation de ces coefficients. Le modèle rhéologique (V.41) et (V.43) prédit que l'écoulement stationnaire doit vérifier  $\tan \theta = \mu_s + K_1 \mathcal{I}$  avec  $\mathcal{I} = 3\eta u^p / (\Delta \rho g h^2 \phi_c \cos \theta)$ . Sur la figure VI.2, nous avons tracé la tangente de l'inclinaison en fonction de  $\mathcal{I}$ , où  $\mathcal{I}$  est calculé en utilisant les mesures expérimentales de la vitesse  $u_s^p$  dans le régime stationnaire en faisant l'hypothèse d'un profil parabolique i.e.  $u^p = 2/3 u_s^p$ . Bien que l'alignement ne soit pas parfait, les données sont compatibles avec la prédiction, et le meilleur fit linéaire donne  $\mu_s = 0.415$  et  $K_1 = 90.5$ . Remarquons que la valeur élevée de  $K1$  justifie à posteriori l'hypothèse que la contrainte de cisaillement

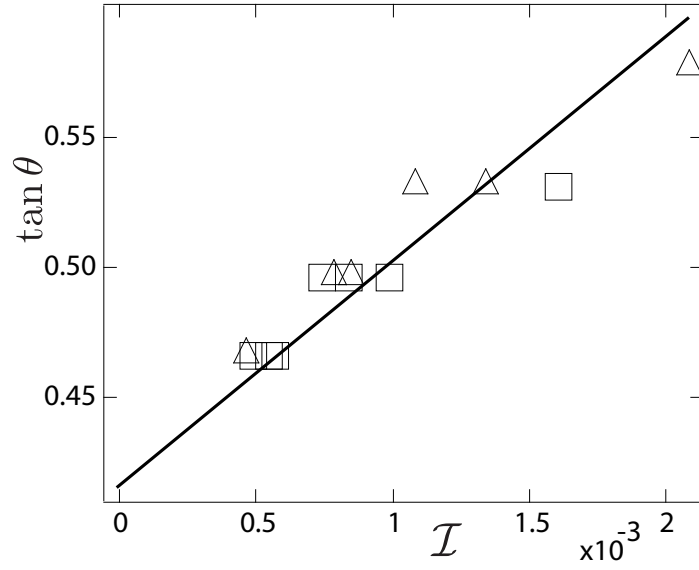


FIGURE VI.2 – Loi de friction :  $\tan \theta$  en fonction de  $\mathcal{I}$  pour des états stationnaires obtenus avec le fluide à haute viscosité  $\square$  et à basse viscosité  $\triangle$

visqueuse induite dans la phase fluide est négligeable.

### VI.2.2 Dilatance $\phi(I)$

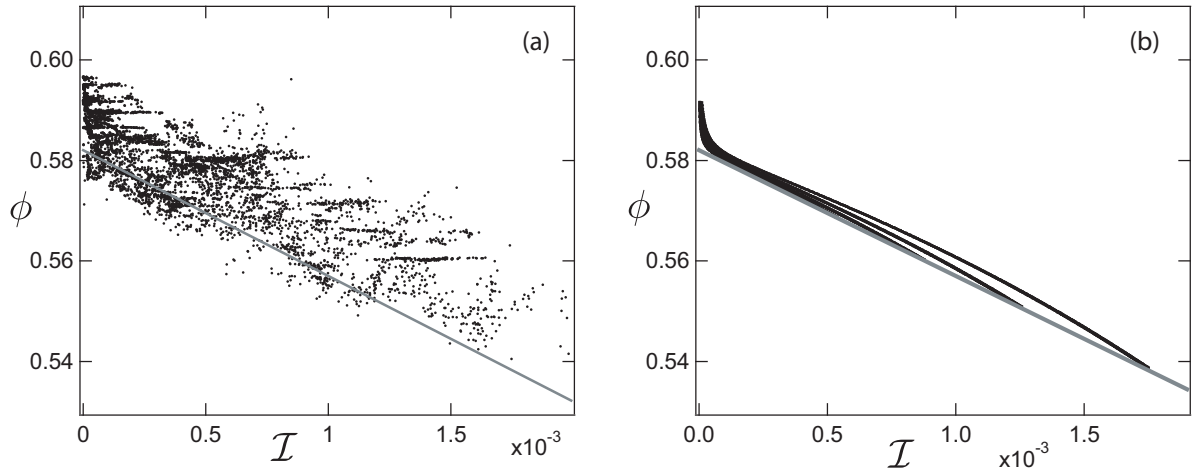


FIGURE VI.3 – Fraction volumique : (a) Fraction volumique en fonction de  $\mathcal{I}$  à différents instants de la dynamique pour différentes épaisseurs (3.7 mm, 4.9 mm et 6.1 mm) et différents angles ( $25^\circ$ ,  $26.4^\circ$ ,  $28^\circ$  et  $30^\circ$ ). (b) Evolution théorique de  $\phi(\mathcal{I})$  pendant la phase d'accélération montrant qu'elle reste très proche de  $\phi_{eq}(\mathcal{I})$  (ligne continue).

Les paramètres de fraction volumique  $\phi_c$  et  $K2$  sont aussi difficiles à déterminer. Le paramètre  $\phi_c$  est déterminé en distinguant la frontière entre les comportements lâche et

dense des figures VI.5 et VI.6. Nous choisissons  $\phi_c = 0.582$ . Pour mesurer  $K_2$ , nous utilisons la méthode suivante. Nous avons vu que dans le cas dense, après la période de fluage, le modèle prédit que la dilatance  $\tan \psi_b$  est proche de zéro (figure VI.1(h)). Cela signifie que la fraction volumique  $\phi$  est proche de sa valeur d'équilibre  $\phi_{eq} = \phi_c - K_2 \mathcal{I}$  comme le montre la figure VI.3(b). Ainsi, si à chaque instant de la phase d'avalanche qui suit le fluage, nous traçons la fraction volumique  $\phi$  mesurée expérimentalement en fonction de  $\mathcal{I}$  mesuré au même instant, nous obtenons la figure VI.3(a). Nous observons clairement que quand la vitesse augmente, la fraction volumique décroît. Les différents points correspondent à différentes inclinaisons, différentes épaisseurs, et différentes viscosités. Malgré une grande dispersion, les données ont tendance à se rassembler le long d'une ligne montrant que la loi d'échelle proposée (V.35)  $\phi = \phi_c - K_2 \mathcal{I}$  est correcte. La pente de la ligne passant par  $\phi_c$  et parallèle aux données donne  $K_2 = 25$ .

### VI.2.3 Seuil de déclenchement

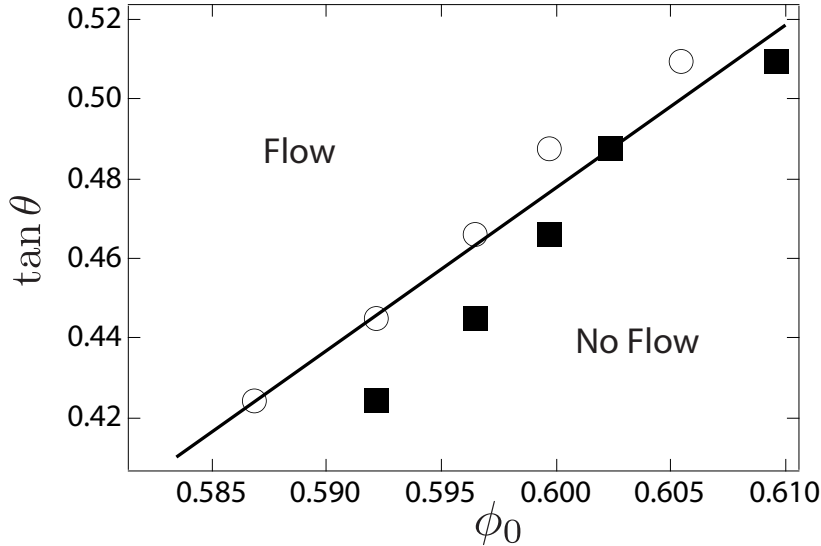


FIGURE VI.4 – Seuil d'écoulement dans le plan  $(\tan \theta, \phi_0)$ , un cercle signifie que la couche de grains préparée à la fraction volumique  $\phi_0$  commence à couler quand elle est inclinée à  $\theta$ , un carré signifie que la couche de grains ne coule pas. La ligne continue est la fonction linéaire qui a été choisie pour calibrer le modèle.

Un autre paramètre du modèle est  $K_3$ , qui relie l'angle de dilatance à la fraction volumique dans l'équation (V.55). Pour déterminer  $K_3$ , nous avons étudié la manière dont l'angle critique pour lequel aucun écoulement n'est observé varie quand la fraction volumique initiale  $\phi_0$  varie. Nous avons vu que le modèle prédit qu'aucun écoulement ne se déclenche si  $\tan \theta < \mu_s + K_3(\phi_0 - \phi_c)$ . Pour trouver cette frontière entre l'état statique et l'écoulement, nous avons préparé une couche à une certaine fraction volumique  $\phi_0$  que nous avons ensuite inclinée à un angle  $\theta$ . La mesure de la vitesse nous a permis de

déterminer si la couche coule ou non. En répétant cette opération pour plusieurs couples  $(\phi_0, \theta)$ , nous avons tracé la figure VI.4 qui montre la frontière entre écoulement et non écoulement dans le plan  $(\phi_0, \tan \theta)$ . Le meilleur fit linéaire donne  $K3 = 4.09$ .

Le dernier paramètre  $K4$  est introduit pour relier la vitesse verticale à celle horizontale (V.40) et devrait être de l'ordre de un. Nous n'avons pas trouvé de manière simple de mesurer ce paramètre et avons fixé sa valeur à 1.8, qui s'est avéré donner le meilleur fit pour l'évolution temporelle de la figure VI.6.

Tous les paramètres du modèle étant maintenant déterminés, nous allons donc pouvoir comparer les prédictions de la dynamique complète de l'avalanche avec nos observations.

## VI.3 Comparaison quantitative

### VI.3.1 Cas lâche, cas dense

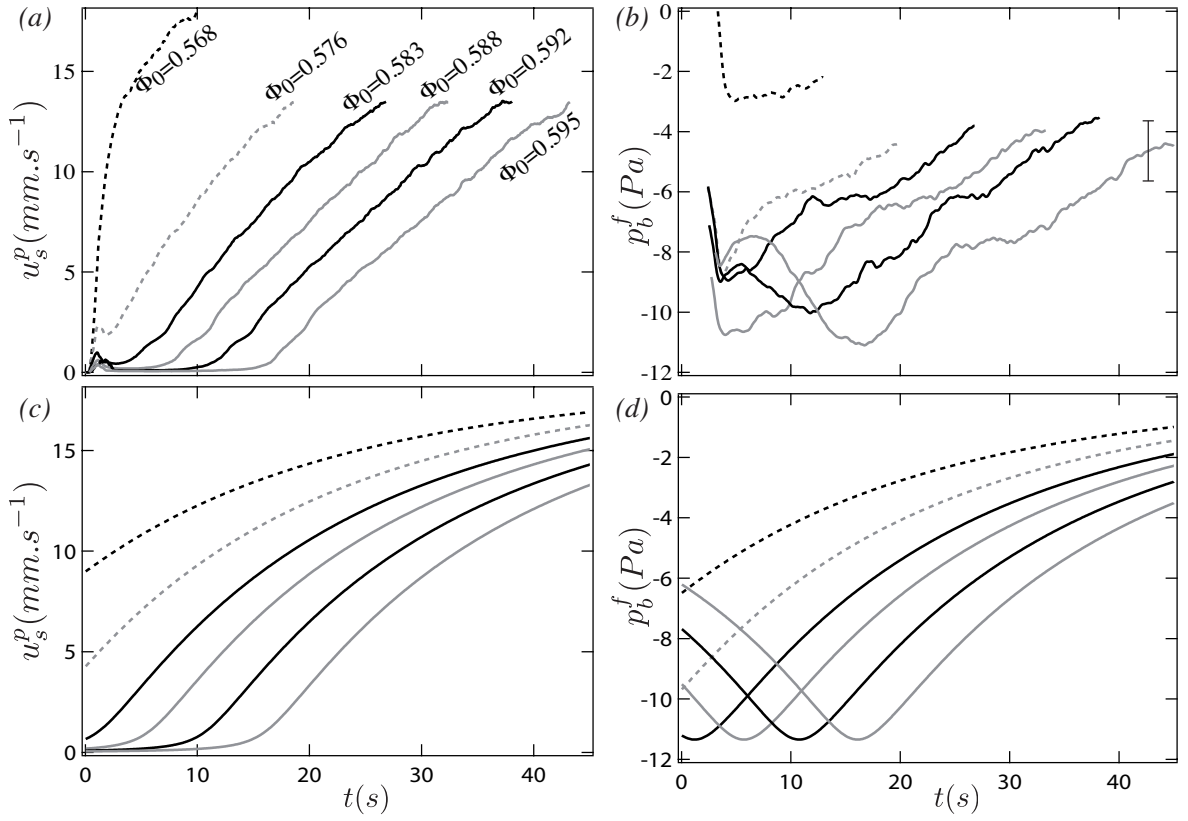


FIGURE VI.5 – Évolution temporelle de la vitesse des particules en surface  $u_s^p$  et de la pression de pore à la base  $p_b^f$  pour différentes fractions volumiques initiales pour le fluide à basse viscosité,  $h = 6.1\text{mm}$ ,  $\theta = 28^\circ$ ; (a,b) expériences; (c,d) prédictions du modèle; les lignes en pointillés correspondent aux comportements lâches, et les lignes continues aux comportements denses. La barre d'erreur correspond à la sensibilité du capteur de pression.

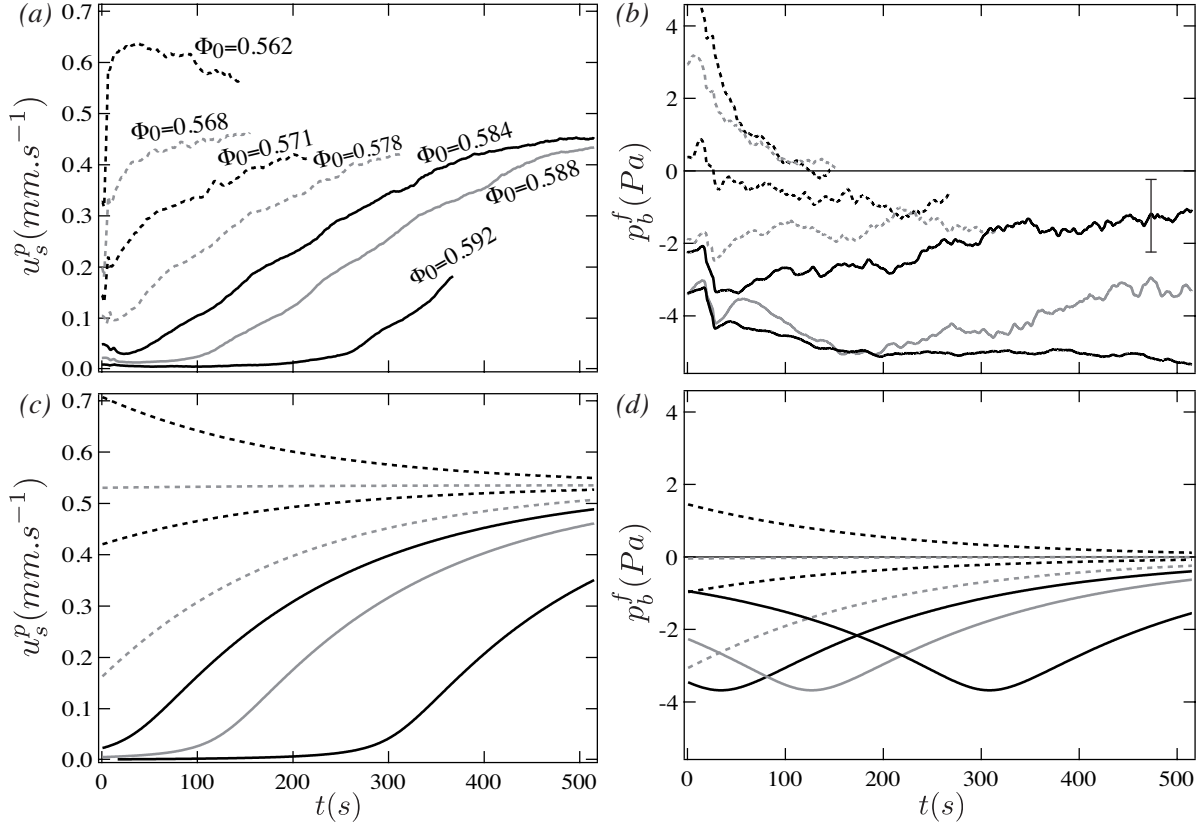


FIGURE VI.6 – Évolution temporelle de la vitesse des particules en surface  $u_s^p$  et de la pression de pore à la base  $p_b^f$  pour différentes fractions volumiques initiales pour le fluide à haute viscosité,  $h = 4.9\text{mm}$ ,  $\theta = 25^\circ$ ; (a,b) expériences; (c,d) prédictions du modèle; les lignes en pointillés correspondent aux comportements lâches, et les lignes continues aux comportements denses. La barre d'erreur correspond à la sensibilité du capteur de pression.

Les prédictions du modèle sont tracées à la fois pour la faible viscosité (figure VI.5(c-d)) et pour la viscosité élevée (figure VI.6(c-d)). L'accord, bien qu'imparfait est correct pour les deux viscosités. L'évolution temporelle de la vitesse à la surface libre est prédite quantitativement pour les différentes fractions volumiques initiales, et les régimes lâche et dense prédits par le modèle le sont dans la même plage de fraction volumique. Les caractéristiques d'un cas dense sont bien capturées par le modèle. Le temps de fluage est correctement prédit et la dynamique de l'avalanche après le régime de fluage est indépendante de la fraction volumique comme observé expérimentalement. Le comportement du cas lâche est aussi capturé par le modèle, avec l'existence d'un dépassement de la vitesse dans la même plage de fraction volumique qu'observé expérimentalement (cas  $\phi_0 = 0.562$  figure VI.6(a)). Cependant l'accélération initiale de la couche granulaire d'un empilement lâche est surestimée par le modèle comparativement aux expériences.

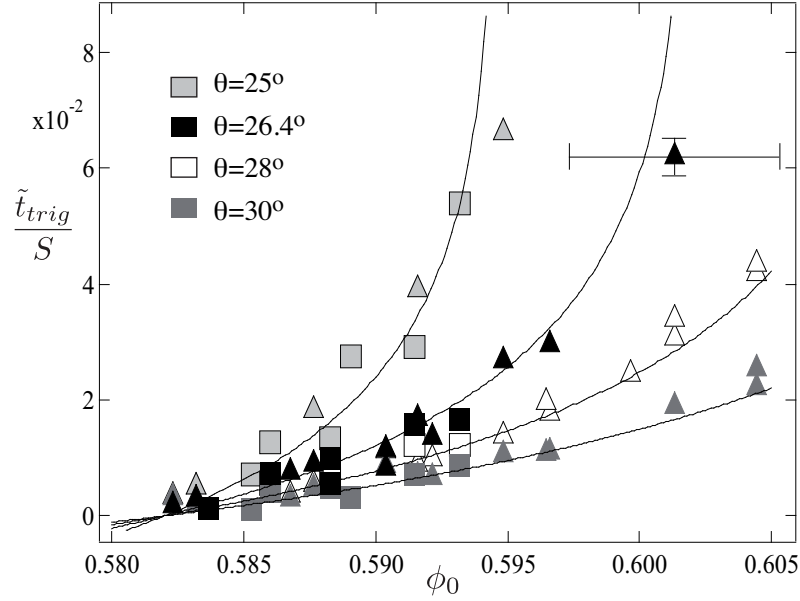


FIGURE VI.7 – Délai de déclenchement adimensionné divisé par  $S$ ,  $\tilde{t}_{trig}/S$  en fonction de la fraction volumique initiale  $\phi_0$  pour les fluides à basse viscosité (triangles) et à haute viscosité (carrés) pour différentes inclinaisons. Les lignes solides correspondent aux prédictions théoriques données par l'équation VI.9

### VI.3.2 Délai de déclenchement

Pour comparer plus systématiquement les expériences et le modèle numérique issu de la théorie, nous allons étudier pour les cas denses le délai de déclenchement  $t_{trig}$  nécessaire au démarrage de l'avalanche en fonction de la fraction volumique pour différentes inclinaisons (figure VI.7) comme nous l'avons fait dans le modèle simple introduit au chapitre IV.

Pour le comportement dense, nous pouvons utiliser les équations (VI.1) et (VI.2) en faisant l'hypothèse d'une vitesse faible  $\tilde{u}_p \ll 1$  pendant la phase de fluage. L'équation (VI.1) devient :

$$\tan \theta = (\mu_s + \tan \psi_b) \left( 1 + K_4 S \frac{\phi^2}{(1 - \phi)^3} \tilde{u}^p \tan \psi_b \right) \quad (\text{VI.5})$$

qui s'écrit :

$$\tilde{u}^p \tan \psi_b = \frac{1}{SK_4} \frac{(1 - \phi)^3}{\phi^2} \left[ \frac{\tan \theta}{\mu_s + \tan \psi_b} - 1 \right]. \quad (\text{VI.6})$$

D'après (V.55) et (V.52)

$$\tilde{u}^p \tan \psi_b = -\frac{1}{3\phi} \frac{d\phi}{dt} = -\frac{1}{3K_3} \frac{d\psi}{dt} \quad (\text{VI.7})$$

On obtient donc :

$$-\frac{\frac{d}{dt}(\tan \psi_b)(\mu_s + \tan \psi_b)}{\tan \theta - \mu_s - \tan \psi_b} = \frac{3K_3}{K_4 S} \frac{(1 - \phi)^3}{\phi} \quad (\text{VI.8})$$

En supposant que  $\phi = \phi_c$  dans le membre de gauche de (VI.8), nous intégrons (VI.8) avec les conditions  $\tan \psi_b = \tan \psi_0 = K_3(\phi_0 - \phi_c)$  à  $\tilde{t} = 0$  et  $\tan \psi_b = 0$  à  $\tilde{t} = \tilde{t}_{trig}$ . Nous trouvons ainsi le temps de déclenchement adimensionné  $\tilde{t}_{trig}$  pour le modèle diphasique :

$$\tilde{t}_{trig} = \frac{K_4 S}{3K_3} \frac{\phi_c}{(1 - \phi_c)^3} \left[ -\tan \psi_0 + \tan \theta \ln \frac{-\tan \theta + \mu_s}{\tan \psi_0 - \tan \theta + \mu_s} \right] \quad (\text{VI.9})$$

Les données de la figure VI.7 représentent les temps de déclenchement issus des expériences sous forme adimensionné et les lignes continues représentent les prédictions théoriques. L'équation VI.9 montre que  $\tilde{t}_{trig}/S$  est fonction de l'inclinaison et de la fraction volumique initiale  $\phi_0$ . Les données expérimentales obtenues pour différentes viscosités et différentes inclinaisons suivent la loi prédite, on note même une sensible amélioration par rapport au modèle du chapitre IV.

### VI.3.3 Pression de pore et accélération

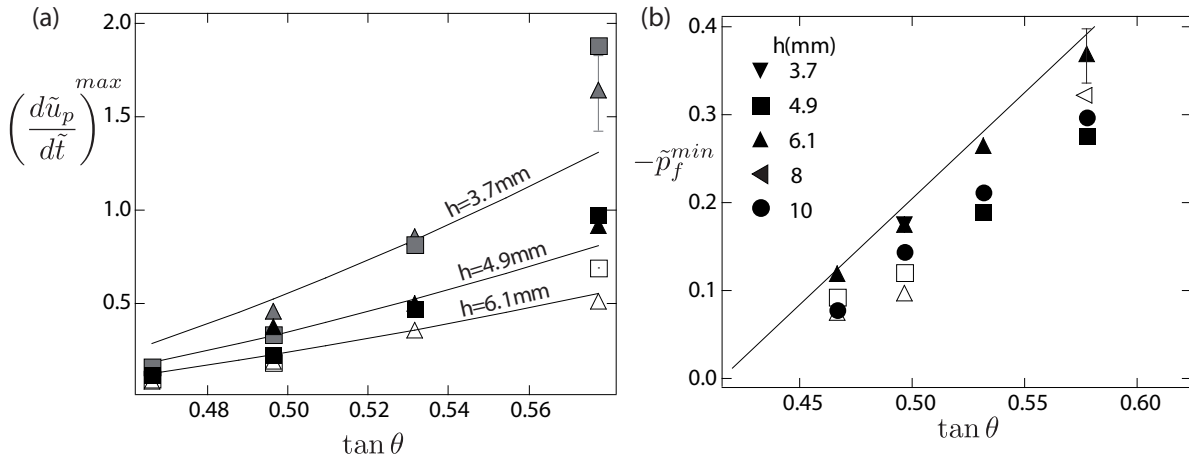


FIGURE VI.8 – (a) Minimum de pression de pore adimensionné mesuré pour les cas dense en fonction de l'inclinaison pour différentes épaisseurs; basse viscosité (symboles pleins), haute viscosité (symboles vides). La ligne continue est la prédiction du modèle (b) Maximum de l'accélération adimensionnée pour les cas denses en fonction de l'inclinaison pour différentes épaisseurs; basse viscosité (triangles), haute viscosité (carrés). Les lignes continues correspondent à la prédiction du modèle.

Une autre comparaison que nous pouvons faire est donnée figure VI.8(a) et concerne l'accélération maximum atteinte lors du déclenchement d'avalanche dans le cas dense. Nous avons vu que celui-ci ne dépend pas de la fraction volumique initiale puisqu'après la période de fluage, la dynamique est identique quelle que soit  $\phi_0$ . L'évolution dépend donc uniquement de l'inclinaison  $\theta$  et de l'épaisseur  $h$  de la couche. A nouveau, les données obtenues pour différentes viscosités suivent les lois d'échelles prédites et sont en accord avec les prédictions théoriques dans une précision de 20%.



La dernière comparaison concernent les mesures de la pression de pore. Les prédictions théoriques pour les deux cas tests de viscosité différente sont tracées sur les figures VI.5(d) et VI.6(d). L'évolution temporelle de la pression de pore suit approximativement les mesures expérimentales. Il est étonnant de remarquer que dans les simulations, le minimum de la pression de pore obtenu pour les cas denses est indépendant de la fraction volumique initiale (figure VI.5(d)). Ceci est observé expérimentalement, et de plus, les mesures du minimum de pression de pore sont quantitativement en accord avec la théorie comme le montre la figure VI.8(b), où nous avons tracé la pression addimensionnée  $\tilde{p}_f^{min}$  à son niveau minimum en fonction de l'angle  $\theta$  pour différentes épaisseurs et différentes viscosités. Encore une fois, les mesures expérimentales sont en bon accord avec le modèle.

Le modèle, une fois calibré, capture quantitativement la richesse de la dynamique observée pendant le déclenchement des avalanches granulaires immergées.

## VI.4 Conclusion

En conclusion, nous avons développé un modèle pour décrire le déclenchement des avalanches granulaires immergées, basé sur les équations diphasiques moyennées dans l'épaisseur. Des équations constitutives ont été proposées en se basant sur la rhéologie des matériaux granulaires immergés à l'état stationnaire, combinée à une théorie d'état critique. Cela a permis de prendre en compte le caractère dilatant-contractant des matériaux granulaires. La vitesse stationnaire est alors bien prédite. Qualitativement, la dynamique d'avalanche dense ou lâche est bien décrite par le modèle avec une avalanche retardée quand la compacité initiale augmente. Ce délai de déclenchement est quantitativement prédit, comme le minimum de pression de pore ou l'accélération maximum au cours de l'avalanche. La dynamique lâche n'est pas quantitativement décrite, en particulier la vitesse juste après l'inclinaison. Ce bon accord entre les expériences et le modèle suggère que l'on s'intéresse à des situations réelles plus complexes.

Notre configuration d'avalanche est bien plus simple que celles rencontrées lors d'événements naturels. L'écoulement est uniforme, les grains sont totalement immergés et l'écoulement est déclenché en inclinant subitement la couche granulaire. Plusieurs modifications sont nécessaires pour s'intéresser à des problèmes plus complexes posés par des événements naturels comme les glissements de terrain. Premièrement, la rhéologie de la phase granulaire doit être modifiée. Dans notre situation, les avalanches appartiennent à un régime visqueux, cependant dans la nature, la rhéologie appartient plutôt à un régime inertiel comme (Berzi & Jenkins 2008) le souligne. Les lois constitutives peuvent être simplement appliquées dans le régime inertiel comme nous l'avons présenté dans le chapitre d'introduction. Une seconde amélioration à apporter serait de prendre en compte la non uniformité de l'écoulement et les variations du niveau d'eau. Le modèle de (Pitman & Le 2005) donne une bonne base dans laquelle nos équations constitutives peuvent être implémentées.

Un prolongement de ce modèle serait d'aller au delà du moyennage dans l'épaisseur. Dans le processus de moyennage, nous avons fait des hypothèses fortes : la forme du profil de vitesse est supposé parabolique et la dilatance est supposée se produire dans la

totalité de la couche. Ces hypothèses sont raisonnables pour des couches minces mais sont fausses pour des couches épaisses. On s'attend à ce qu'il y ait des variations au sein de la couche. Ces différents points sont abordés dans le chapitre suivant grâce à une expérience immergée iso-indice qui permettra de voir les variations au sein de la couche et un modèle non moyenné dans l'épaisseur pour une couche de matériaux granulaires secs.

# Chapitre VII

## Au delà des quantités moyennées dans l'épaisseur et des écoulements uniformes

### Sommaire

<b>VII.1 Dispositif iso-indice</b>	<b>82</b>
VII.1.1 Principe de l'iso-indice	82
VII.1.2 Profil de vitesse dans l'épaisseur	84
VII.1.3 Tentative de mesure de la fraction volumique	84
<b>VII.2 Modélisation des profils de vitesse et de fraction volumique dans le cas sec</b>	<b>85</b>
VII.2.1 Mise en place des équations	85
VII.2.2 Influence de l'état de compacité initial	89
VII.2.3 Je me compacte, non je me dilate	90
VII.2.4 Conclusion	91
<b>VII.3 Lâché de barrage</b>	<b>92</b>

Jusqu'à présent, nous nous sommes intéressés à un écoulement uniforme, déclenché dans une seule direction avec un modèle moyenné dans l'épaisseur. Pour aller au delà et comprendre plus finement les caractéristiques d'un tel écoulement, il est essentiel de s'intéresser non pas aux valeurs moyennées, mais à celles qui varient dans l'épaisseur de la couche. Prenons l'exemple de la fraction volumique, la connaissance de son évolution temporelle nous permettrait de localiser la zone de départ de l'écoulement, là où il va se dilater ou se compacter en premier. Il serait donc intéressant expérimentalement et théoriquement d'avoir accès aux profils de vitesse et de fraction volumique au cours du temps. Ce chapitre présente des études préliminaires qui vont dans ce sens.

Nous avons développé expérimentalement une technique de visualisation par ajustement d'indice entre le fluide et les particules permettant de voir à travers la couche. Les résultats de cette étude sont présentés dans la section [VII.1](#). D'un point de vue théorique nous n'avons pas encore développé de modèle permettant de prédire l'évolution au sein

de la couche. Par contre un premier pas a été réalisé en étudiant le cas du déclenchement d'avalanche sèche, et du rôle de la fraction volumique. L'absence de couplage avec le fluide simplifie le problème et nous a permis d'implémenter numériquement le modèle rhéologique dilatant. Enfin dans la suite, nous parlerons des résultats préliminaires d'un écoulement non uniforme, à savoir un lâché de barrage, et la mise en évidence qualitative du rôle de la fraction volumique.

## VII.1 Dispositif iso-indice

### VII.1.1 Principe de l'iso-indice

Afin d'observer le mouvement des billes dans l'empilement lors du démarrage de l'avalanche, nous utilisons une technique d'imagerie en fluide iso-indice. Le principe de l'expérience iso-indice est d'utiliser des billes et un fluide de même indice optique, de sorte qu'en mettant les billes dans le fluide, la lumière ne soit pas réfractée à l'interface bille/fluide. Les billes apparaissent alors invisibles à l'oeil et on peut ainsi voir à travers la couche. Pour visualiser une tranche de la couche, il suffit de mettre un fluorophore dans le fluide et d'éclairer une tranche avec une nappe laser. Le fluide est alors éclairé par le fluorophore qui le rend fluorescent et les billes restent noires.

Dans la pratique, nous utilisons des billes de verre borosilicate (1 mm de diamètre). Notre choix s'est porté sur ces billes car l'indice du borosilicate est de 1.47, bien inférieur au verre classique 1.54, ce qui permet un ajustement d'indice plus facile. Pour le fluide, nous utilisons un mélange de Triton X100 et de Propan-2-ol qui permet d'ajuster l'indice optique du fluide à celui des billes. Le choix du fluide était conditionné par plusieurs contraintes. L'indice devait être de 1.47. La viscosité devait être suffisante pour que l'avalanche reste dans un régime visqueux. Enfin, il fallait pouvoir le colorer avec un fluorophore. Le fluorophore utilisé est de la rhodamine 6G qui permet d'absorber le faisceau laser à 532 nm et de réémettre à une longueur d'onde autour de 480 nm.

Cette technique permet de voir à travers 15-20 tailles de billes environ en ajustant bien le fluide à l'indice optique des billes. La limite provient des imperfections de billes. Ces imperfections provoquent aussi des reflets en éclairant avec la nappe laser. L'utilisation d'un filtre qui laisse passer les longueurs d'ondes autour de 480 nm mais qui coupe celle du laser autour de 532 nm permet de s'affranchir de ce problème.

La figure VII.1 présente le dispositif expérimental, il est assez semblable à celui présenté au chapitre II. Le fond rugueux dispose d'une fente fine sans colle pour ne pas perturber le faisceau de la nappe laser, et donc sans billes. Il faut être conscient que dans cette zone qui correspond à notre zone de mesure, les billes peuvent glisser sur le fond, ce qui peut fausser les résultats. L'utilisation d'une colle iso-indice pourrait permettre de s'affranchir de la fente, mais nous n'avons pas eu le temps de mettre au point cette technique. Nous observons la coupe de la couche par le haut avec une caméra à travers le filtre. La couche est préparée et compactée ou non comme décrit dans le chapitre II, le canal est ensuite incliné et l'acquisition vidéo est lancée. Une image typique est présentée figure VII.2. On

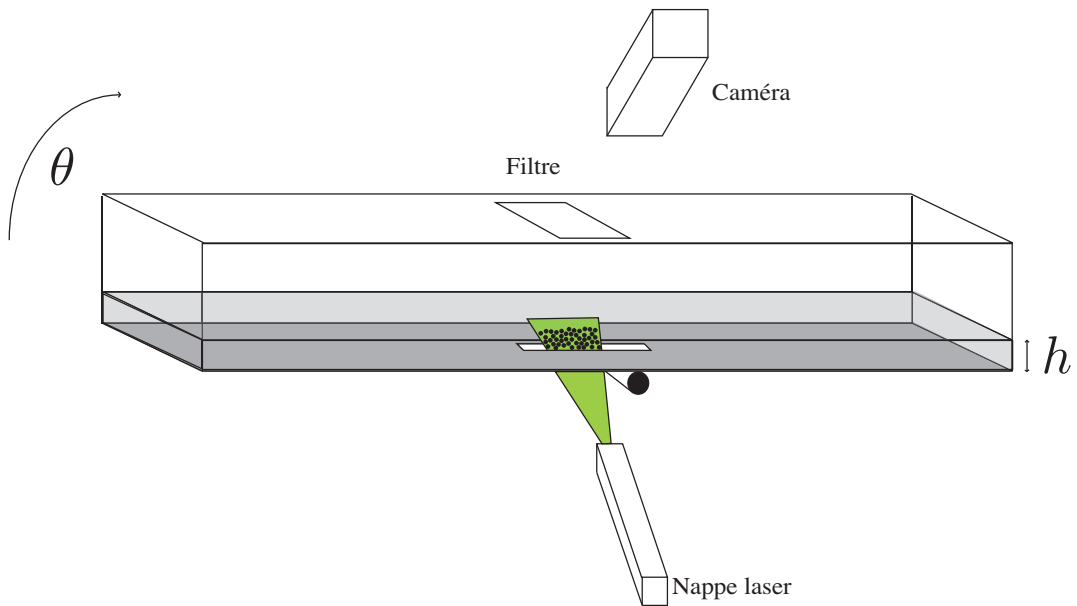


FIGURE VII.1 – Dispositif expérimental iso-indice, billes en verre borosilicate, fluide : mélange d'alcool et de Triton X100, indice optique à 1.47.

retrouve le fond rugueux en bas de l'image et le fluide clair en haut, au centre la couche est composée de billes apparaissant en noir et le fluide apparaissant plus lumineux. L'image va permettre de mesurer la vitesse et nous allons tenter une mesure de la fraction volumique.

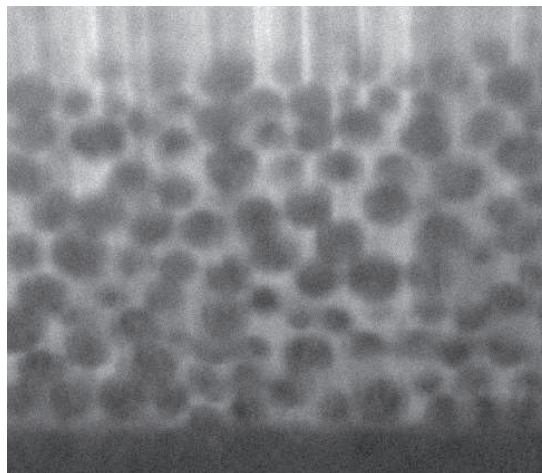


FIGURE VII.2 – Image issue de l'acquisition vidéo : le fluide est éclairé et les billes apparaissent en noir.

Le film permet alors de calculer le profil de vitesse par PIV.

### VII.1.2 Profil de vitesse dans l'épaisseur

Les figures VII.3.(a) et (b) montrent les profils de vitesse et leurs évolutions temporelles pour deux écoulements typiques lâche et dense. La première information intéressante concerne le dernier profil obtenu qui correspond plus ou moins à l'établissement d'un écoulement stationnaire uniforme. Les deux profils dense et lâche finaux sont presque égaux, et surtout sont très bien approximés par une parabole comme le montre les pointillés sur la figure VII.3. La prédiction de la rhéologie  $\mu(\mathcal{T})$  semble donc vérifiée. La seconde observation concerne l'évolution temporelle. Dans le cas lâche, le profil évolue plus vite que dans le cas dense, en accord avec les mesures de vitesse en surface que nous avons présentées au chapitre III. Enfin, une dernière remarque concerne la structure verticale du profil de vitesse. Il semble que dans les deux cas, lâche et dense, le profil stationnaire s'établit par le bas. Les couches de grains les plus proches du fond atteignent les premières la vitesse finale, puis les couches intermédiaires et pour finir les grains en surface. Dans le transitoire, le profil de vitesse semble donc présenter une rupture de pente, avec un bout ayant atteint l'état stationnaire, et un bout présentant encore des accélérations.

Il serait intéressant de comparer ces observations avec un modèle théorique diphasique complet, ce qui s'est avéré une tâche ardue que nous discuterons dans la prochaine section.

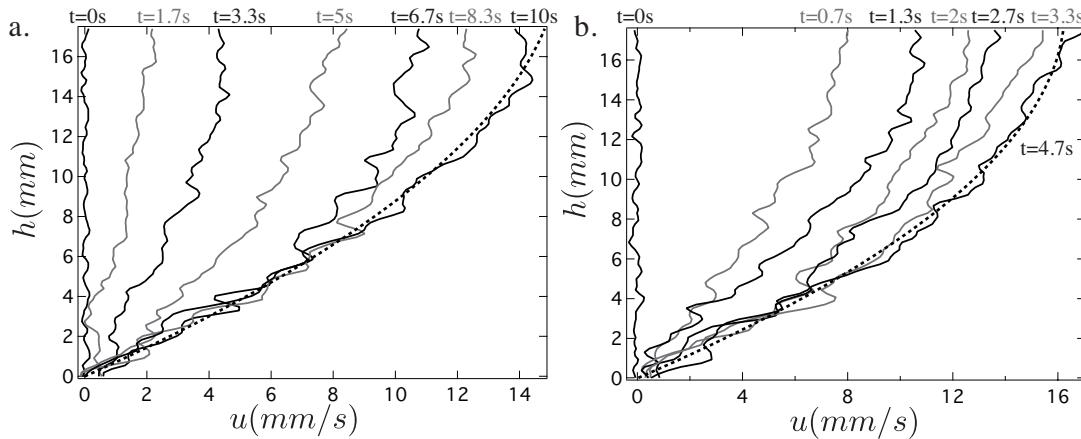


FIGURE VII.3 – Profil de vitesse suivant l'épaisseur de la couche à différents instants pour un angle de  $28^\circ$  et une épaisseur de  $17.4\text{mm}$  traits pleins. La courbe en pointillé est un fit parabolique. a. Cas initialement dense b. Cas initialement lâche

### VII.1.3 Tentative de mesure de la fraction volumique

L'autre variable qui nous intéresse est la fraction volumique. Nous avons tenté de la mesurer par deux méthodes. Chacune des deux méthodes demande une netteté et une précision de l'image importante, la fraction volumique étant beaucoup plus difficile à mesurer que la vitesse.

La première méthode repose sur une mesure des niveaux de gris. L'image de la couche est divisée verticalement en plusieurs tranches inférieures à une taille de grain, et une

moyenne des niveau des gris est évaluée dans chaque tranche. Nous disposons ainsi d'un profil de niveaux de gris initial. Si les niveaux de gris évoluent en s'éclaircissant, la couche se dilate, et inversement. En partant d'une couche statique que nous compactons en lui donnant un coup et en comparant les images de la couche entre deux taps, nous voyons bien les niveaux de gris s'assombrir signifiant une compaction. Mais lors de la mise en écoulement, cette méthode s'est avérée bien trop limitée par le mouvement fluctuant des particules et nous n'avons pas observé une quelconque tendance.

Nous avons alors tenté une deuxième méthode qui repose sur l'acquisition du profil de vitesse verticale. En connaissant la vitesse verticale, donc le déplacement vertical des grains, nous serions en mesure de calculer la fraction volumique. Tout repose alors sur l'acquisition de la vitesse verticale. Nous avons fait des tests en utilisant un logiciel de particule tracking développé par John Crocker. Le principe consiste à repérer la position des particules et à les suivre au cours du temps. Nous divisons alors verticalement la couche en plusieurs tranches, puis pour chaque image (ou 2-3 images consécutives), nous moyennons la vitesse verticale des particules présentes dans chaque tranche. L'évolution du profil de vitesse verticale est alors obtenu en répétant l'opération sur chaque image.

Les tests effectués ont donné une tendance mais qui n'était pas systématique. Pour obtenir des résultats corrects, il faudrait pouvoir moyenner sur un nombre plus important de particules, en refaisant plusieurs fois la même expérience.

## VII.2 Modélisation des profils de vitesse et de fraction volumique dans le cas sec

Afin de reproduire les observations faites par les expériences iso-indices, il faudrait considérer les équations non moyennées dans l'épaisseur et introduire les lois de comportement que nous avons développées. Nous n'avons pas eu le temps de mener à bien ce travail, mais avons commencé en étudiant le cas des écoulements granulaires secs. La question est alors : peut-on prédire le démarrage d'une couche de grains sur un plan incliné, suivant sa compacité initiale ?

### VII.2.1 Mise en place des équations

Considérons une couche de grains d'épaisseur  $h$  de diamètre  $d$  sans fluide interstitiel à un angle  $\theta$  à partir de l'horizontale. L'écoulement est uniforme dans la direction  $x$ . La vitesse des particules est  $\mathbf{u} = u(z, t)\mathbf{e}_x + v(z, t)\mathbf{e}_z$  avec  $\mathbf{e}_x$  et  $\mathbf{e}_z$  étant les vecteurs unitaires selon les axes  $x$  et  $z$ . L'écriture de la conservation de la quantité de mouvement projetée selon  $x$  et  $z$  donne les équations suivantes :

$$\rho_s \phi \frac{Du}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial z} + \rho_s \phi g \sin \theta \quad (\text{VII.1})$$

$$\rho_s \phi \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho_s \phi g \cos \theta \quad (\text{VII.2})$$

Le choix de la rhéologie pour le matériau granulaire sec se porte sur une loi dépendant du taux de cisaillement basé sur le nombre inertiel  $I = \frac{\dot{\gamma} d}{\sqrt{p/\rho_s}}$  présenté en introduction. Pour le régime stationnaire, comme pour le modèle immergé présenté dans le chapitre V, la contrainte de cisaillement  $\tau_{eq}$  nécessaire pour maintenir un cisaillement et la fraction volumique  $\phi_{eq}$  de l'échantillon sont données par :

$$\tau_{eq} = \mu(I)p, \quad (\text{VII.3})$$

$$\phi_{eq} = \phi_{eq}(I). \quad (\text{VII.4})$$

La loi rhéologie  $\mu(I)$  possède un seuil  $\mu_s$  comme le montre la figure 1.1.(a) et sature pour de grandes valeurs de  $I$  à  $\mu_{max}$ . La loi prend ainsi cette forme :

$$\mu(I) = \mu_s + \frac{\mu_2 - \mu_s}{1 + I_0/I} \quad (\text{VII.5})$$

Les constantes  $\mu_s = \tan(21^\circ)$ ,  $\mu_2 = \tan(33^\circ)$  et  $I_0 = 0.3$  sont issues de l'article de (Forterre & Pouliquen 2008). La loi d'évolution de la fraction volumique à l'équilibre est approximée par une droite  $\phi_{eq} = \phi_{max} - (\phi_{max} - \phi_{min})I$ . Les valeurs des paramètres ont été choisis en fittant la courbe  $\phi(I)$  de l'article (Forterre & Pouliquen 2008) :  $\phi_{max} = 0.6$  et  $\phi_{min} = 0.45$ .

Ces lois permettent de décrire l'équilibre. Cependant, nous devons tenir compte de la dilatance, qui est décrite par l'angle de dilatance  $\psi$ . Sa définition est basée sur l'écart de la fraction volumique à un instant donné par rapport à l'équilibre.

$$\tan \psi = K(\phi - \phi_{eq}) \quad (\text{VII.6})$$

La valeur de  $K$  est prise égale à 4.09 qui correspond à ce que nous avons mesuré dans le cas immergé (Pailha *et al.* 2009). La construction géométrique de l'angle de dilatance donne directement une relation cinématique entre les gradients de vitesses normale et tangentielle :  $\frac{\partial v}{\partial z} = \tan \psi \frac{\partial u}{\partial z}$ .

Adimensionnons les équations, en posant :

$$(x, z) = d(\tilde{x}, \tilde{z}) \quad (u, v) = \sqrt{gd}(\tilde{u}, \tilde{v}) \quad (\text{VII.7})$$

$$t = \sqrt{d/g} \tilde{t} \quad p = \rho g d \tilde{p} \quad \tau = \rho g d \tilde{\tau} \quad (\text{VII.8})$$

les grandeurs adimensionnées étant représentées par un tilde. Les équations à résoudre deviennent :

$$\frac{D\tilde{u}}{D\tilde{t}} = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \tilde{\tau}}{\partial \tilde{z}} + \sin \theta \quad (\text{VII.9})$$



$$\frac{D\tilde{v}}{D\tilde{t}} = -\frac{1}{\phi} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} - \cos \theta \quad (\text{VII.10})$$

avec la condition cinématique

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{z}} - \tan \psi \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{z}} = 0 \quad (\text{VII.11})$$

**a) Méthode semi-implicite**

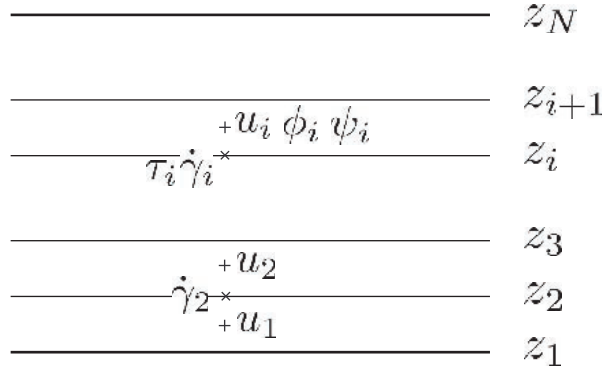


FIGURE VII.4 – Maillage de l'écoulement.

Pour résoudre ce problème numérique, nous avons opté pour une méthode lagrangienne. Le milieu est découpé en tranches horizontales (figure VII.4). la tranche  $i$  étant entre  $z_i$  et  $z_{i+1}$ . Cette tranche va garder une masse constante  $M_i = \phi_0(z_{i+1}(t=0) - z_i(t=0))$  tout au long de la simulation, où  $\phi_0$  est la fraction volumique initiale. La simulation se déroule ainsi. Connaissant à l'instant  $t$  les contraintes  $\tau_i$ , les taux de cisaillement  $\dot{\gamma}_i$  définis à l'entre maille, les vitesses  $u_i$ ,  $v_i$ , la fraction volumique  $\phi_i$  et la dilatançe  $\psi_i$  dans les mailles, et les positions  $z_i$ , on calcule d'abord par une méthode semi-implicite (que nous expliquerons dans le paragraphe suivant) les taux de cisaillement  $\dot{\gamma}_i^{t+1}$ .

$\dot{\gamma}_i^{t+1}$  permet alors de calculer le profil de vitesse  $u_i^{t+1}$  en intégrant selon  $z$ . Nous pouvons alors calculer la vitesse verticale  $v_i^{t+1}$  grâce à l'angle de dilatançe (équation VII.11). La nouvelle position  $z_i^{t+1}$  des tranches est alors calculée. La conservation de la masse  $M = \phi(z_{i+1} - z_i)$  permet alors de calculer  $\phi_i^{t+1}$ , puis l'angle de dilatançe avec  $\psi_i^{t+1} = K(\phi_i^t - \phi_i^{t,eq})$ . Pour finir, la pression granulaire  $p_i^{t+1}$  est calculée en intégrant la relation VII.10.

Pour calculer  $\dot{\gamma}_i^{t+1}$  la difficulté provient de l'intégration de la quantité de mouvement avec une loi constitutive non régulière comme représentée sur la figure VII.5. Pour la résoudre, nous utilisons une méthode semi-implicite.

La discrétisation de l'équation de quantité de mouvement VII.9 donne :

$$M \frac{u_i^{t+1} - u_i^t}{dt} = F_i + \tau_{i+1}^{t+1} - \tau_i^{t+1}. \quad (\text{VII.12})$$

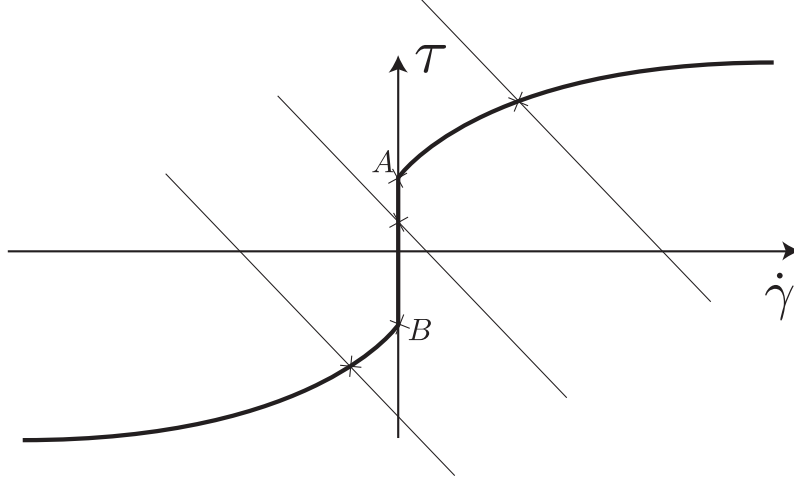


FIGURE VII.5 – Résolution de l'équation VII.14.

où  $F_i = M_i \sin \theta$

Puis en soustrayant cette équation à l'épaisseur  $i$  la même équation à l'épaisseur  $i - 1$ , nous obtenons cette équation en terme de  $\dot{\gamma}$  :

$$\frac{\dot{\gamma}_i^{t+1} - \dot{\gamma}_i^t}{dt} = \frac{F_i + \tau_{i+1}^{t+1} - \tau_i^{t+1}}{MdZ_i} + \frac{-F_{i-1} - \tau_i^{t+1} + \tau_{i-1}^{t+1}}{MdZ_i}. \quad (\text{VII.13})$$

Cette équation où toutes les contraintes sont prises au temps  $t+1$  est évidemment implicite. Pour simplifier, nous ne gardons que le terme  $\tau_i$  implicite et remplaçons  $\tau_{i+1}^{t+1}$  et  $\tau_{i-1}^{t+1}$  par  $\tau_{i+1}^t$  et  $\tau_{i-1}^t$ .

Il vient alors :

$$-\gamma_i^{t+1} + \alpha_i^t = \beta_i \tau_i^{t+1} \quad (\text{VII.14})$$

avec  $\alpha_i^t = \gamma_i^t + \frac{dt}{dZ_i M_i} (F_i + \tau_{i+1}^t) - \frac{dt}{dZ_i M_{i-1}} (F_{i-1} - \tau_{i-1}^t)$  et  $\beta_i = \frac{dt}{dZ_i} \left( \frac{1}{M_i} + \frac{1}{M_{i-1}} \right)$

On cherche donc  $\tau_i^{t+1}$  et  $\dot{\gamma}_i^{t+1}$  vérifiant cette équation linéaire mais vérifiant également la loi rhéologique de la figure VII.5. La résolution graphique est immédiate et dépend de l'endroit où la droite (VII.14) coupe l'axe des  $y$ .

i) Si  $\alpha_i^t > \beta_i \mu_s p_i$  la droite est au dessus du point A et la solution est :

$$-\gamma_i^{t+1} + \alpha_i^t = \beta_i \left( \mu_s + \frac{(\mu_2 - \mu_s) \gamma_i^{t+1} / \sqrt{p_i}}{I_0 + \gamma_i^{t+1} / \sqrt{p_i}} \right) p_i \quad (\text{VII.15})$$

La résolution de l'équation du second degrés suivante nous donne  $\gamma_i^{t+1}$  :

$$\gamma_i^{t+1^2} + \gamma_i^{t+1} [I_0 \sqrt{p_i} + \beta_i \mu_2 p_i - \alpha_i] + [I_0 \sqrt{p_i} (\beta_i \mu_s p_i - \alpha_i)] = 0. \quad (\text{VII.16})$$

ii) Si  $\alpha_i^t < -\beta_i \mu_s p_i$ , la droite est en dessous du point B

il faut résoudre l'équation suivante :

$$\gamma_i^{t+1} + \gamma_i^{t+1} [I_0 \sqrt{p} - \beta_i \mu_s p - \alpha_i] - [I_0 \sqrt{p} (\beta_i \mu_s p + \alpha_i)] = 0 \quad (\text{VII.17})$$

iii) Si  $-\beta_i \mu_s p_i < \alpha_i^t < \beta_i \mu_s p_i$ , la droite est entre A et B

$$\gamma_i^{t+1} = 0 \text{ et } \tau_i^{t+1} = \alpha_i^t$$

Cette technique permet donc d'obtenir l'arrêt du milieu.

## VII.2.2 Influence de l'état de compacité initial

Par cette technique semi-implicite, nous avons donc résolu notre système d'équations, avec comme conditions initiales une vitesse nulle et une fraction volumique  $\phi_0$  homogène dans la couche.

Nous avons effectué des simulations pour deux fractions volumiques différentes. Nous sommes partis d'un état lâche  $\phi_0 = 0.55$ , et d'un état dense  $\phi_0 = 0.6$  pour un angle d'écoulement pris à  $25^\circ$ . Avant de nous intéresser aux profils dans l'épaisseur, regardons les valeurs de l'épaisseur et de la vitesse en surface présentées figure VII.6. La vitesse finale et la hauteur finale dans le cas lâche et le cas dense sont bien identiques, correspondant à l'état stationnaire indépendant de la préparation. Une dynamique plus rapide est observée dans le cas lâche (figure VII.6(a)), qui atteint plus rapidement l'état stationnaire. La hauteur initiale est différente à cause de la compacité initiale différente, mais précisons que la quantité de grains est la même dans les deux cas. On observe comme attendu une dilatation dans le cas dense et une compaction dans le cas lâche (figure VII.6(b)).

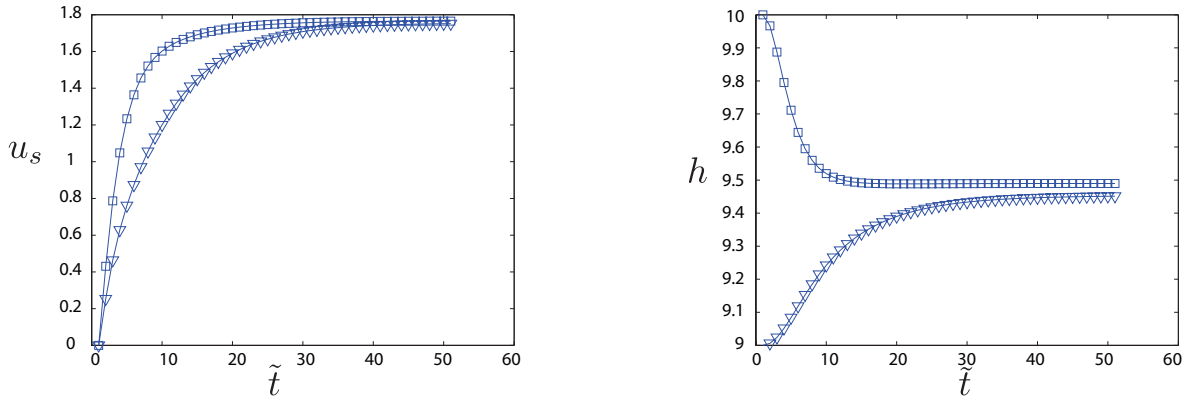


FIGURE VII.6 – Evolution de la vitesse en surface  $u$  (a) et hauteur du tas  $h$  (b) au cours du temps,  $\square \phi = 0.55$ ,  $\nabla \phi = 0.6$

Observons à présent le profil de vitesse. Il atteint bien le profil de Bagnold à l'état stationnaire (figure VII.7) que nous avons établi dans le chapitre d'introduction.

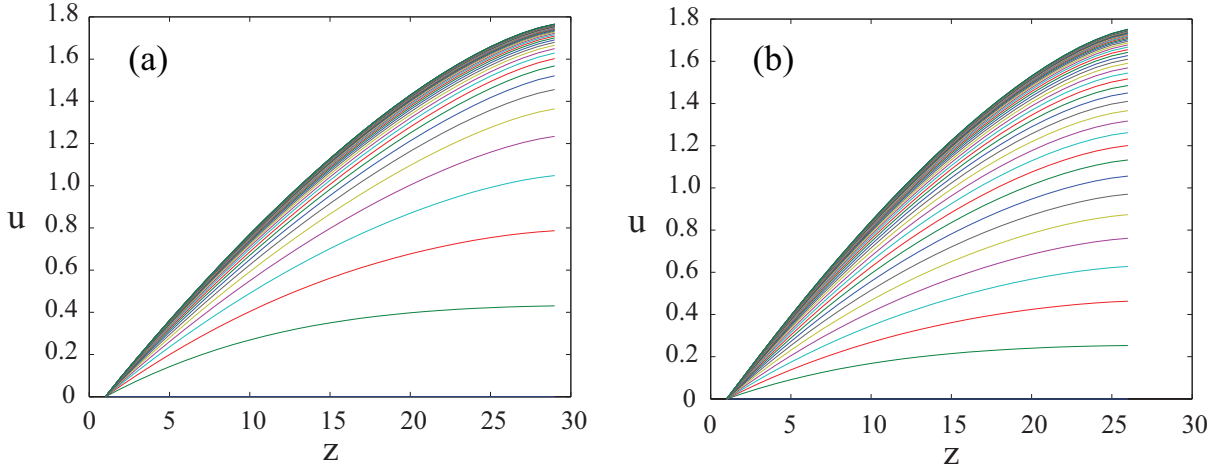


FIGURE VII.7 – Évolution du profil de vitesse, (a)  $\phi_0 = 0.6$ , (b)  $\phi_0 = 0.55$ , le profil de Bagnold est retrouvé

Un paramètre intéressant à observer est le profil de compacité, voir (figure VII.8). En partant de l'état lâche (figure VII.8(b)), le tas se densifie d'abord par le bas. De même en partant de l'état dense (figure VII.8(a)), le tas se dilate premièrement par le bas, puis l'ensemble du tas suit. Dans les deux cas, nous retrouvons à l'état final la même compacité à 0.58 dans toute l'épaisseur de la couche, qui est la compacité d'équilibre à cet angle.

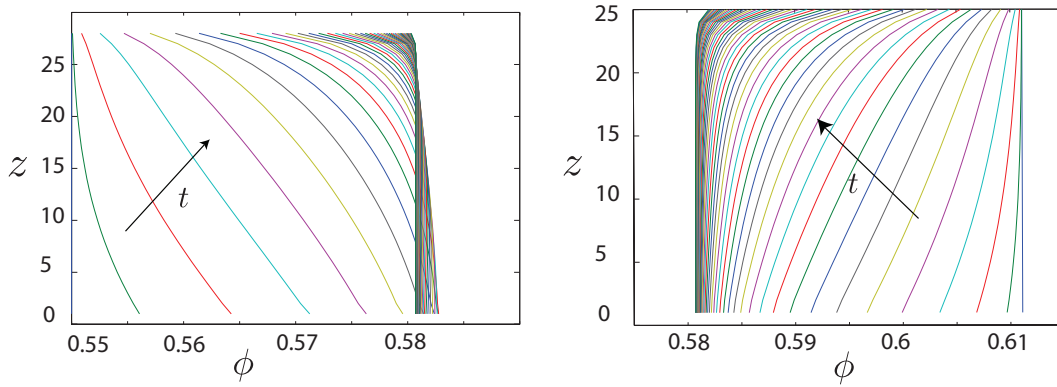


FIGURE VII.8 –

### VII.2.3 Je me compacte, non je me dilate

Ce modèle de dilatance n'est pas trivial, et peut conduire à des choses assez fines.

La figure VII.9 montre que pour une fraction volumique initiale  $\phi_0 = 0.57$ , une épaisseur  $h = 50d$  à un angle  $\theta = 28^\circ$ , l'épaisseur de la couche diminue premièrement puis augmente pour atteindre la valeur finale. La figure VII.10 montrant l'évolution de la fraction volumique le confirme aussi. Raisonnons sur la fraction volumique  $\phi$ . Nous connaissons

la fraction volumique initiale  $\phi_0$ , la dilatation ou la compaction est alors donnée par le signe de l'angle de dilatance  $\psi$  qui correspond à la différence entre la fraction volumique effective et la fraction volumique critique  $\phi^{eq}(I)$ . Un  $\psi$  positif (resp. négatif) provoquera une dilatance (resp. contractance). La difficulté vient du fait que  $\phi^{eq}$  et donc l'angle de dilatance dépend du taux de cisaillement. Ainsi, la seule valeur de  $\phi$  ne nous permet pas de dire si la couche se dilate ou se compacte. Dans notre cas, au début le taux de cisaillement est nul,  $\phi^{eq}(I)$  vaut alors  $\phi_{max}$ ,  $\phi_0$  étant inférieur à  $\phi_{max}$ ,  $\psi$  est négatif. La couche se compacte donc. Mais le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  augmente, faisant ainsi diminuer  $\phi^{eq}$ , et si on atteint un taux de cisaillement suffisant pour que  $\phi^{eq}$  soit inférieur à  $\phi$ , alors c'est désormais une dilatance qui se produit, donnant le résultat observé figure VII.10.

Pour que cet effet se produise, il faut que la fraction volumique initiale  $\phi_0$  soit comprise entre la valeur à l'état final  $\phi_\infty$  et  $\phi_{max}$ . En dessous de  $\phi_\infty$ , la compaction se produit toujours et au dessus de  $\phi_{max}$ , la dilatation se produit toujours.

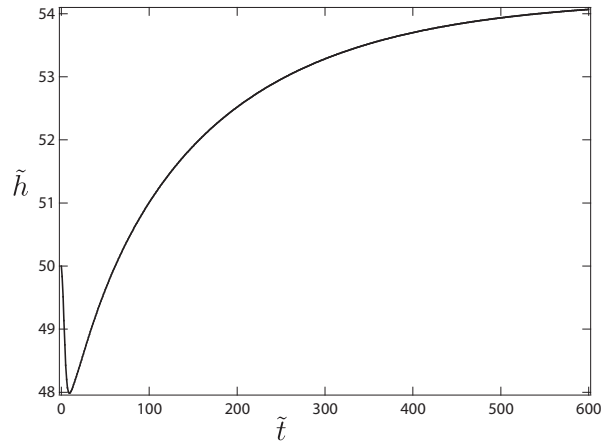


FIGURE VII.9 – Evolution de la hauteur en surface pour une fraction volumique initiale  $\phi_0 = 0.57$ , une épaisseur  $h = 50d$  et un angle  $\theta = 28^\circ$ .

Une dernière information est donnée par la figure VII.10 où nous avons tracé l'évolution de fraction volumique pour les tranches extrêmes du haut et du bas de la couche. Celle-ci montre que la tranche du bas est la première à évoluer, se compactant la première puis se dilatant, la tranche du haut suivant la même évolution mais avec un certain retard.

#### VII.2.4 Conclusion

En conclusion, la particularité de ce modèle est la présence des équations constitutives de friction et de fraction volumique qui dépendent du taux de cisaillement. En discrétisant ce modèle et avec une maille lagrangienne et avec des épaisseurs de tranches qui dépendent de la dilatance du matériau granulaire, nous avons accès aux valeurs de la vitesse et de la compacité dans l'épaisseur de la couche. Nous retrouvons des caractéristiques connues comme le profil de vitesse final de Bagnold ou encore le fait qu'une couche initialement dense se dilate et inversement. Mais nous apprenons aussi certaines choses, comme la mise en mouvement de la couche qui se produit par le bas. Nous avons également observé la

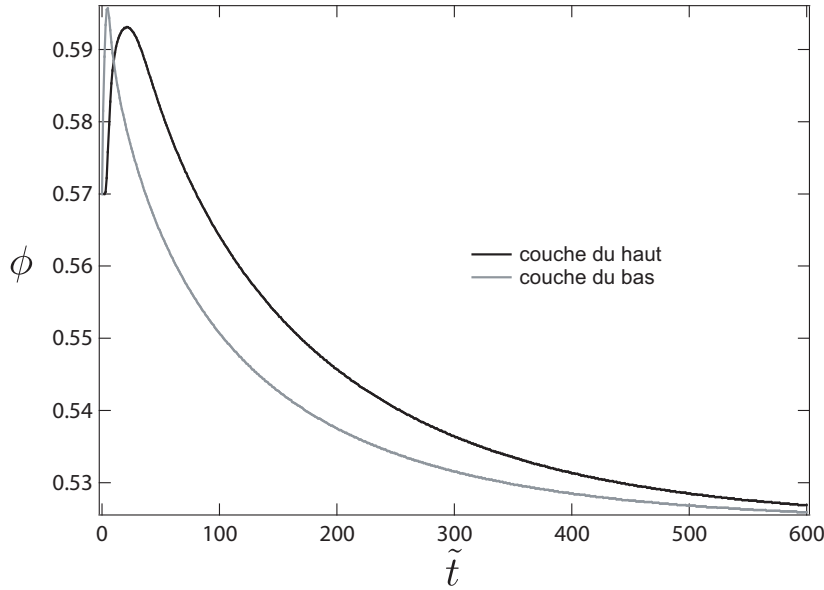


FIGURE VII.10 – Evolution de la fraction volumique pour les tranches du haut et du bas de la couche pour une fraction volumique initiale  $\phi_0 = 0.57$ , une épaisseur  $h = 50d$  et un angle  $\theta = 28^\circ$ .

subtilité du modèle de dilatance en regardant le démarrage d'une couche sous certaines conditions qui va d'abord se compacter avant de se dilater. Il est difficile de tester expérimentalement ce modèle, car il est difficile de préparer dans le cas sec des couches à une certaine compacité et à les incliner.

Une collaboration est toutefois engagée avec Nicolas Taberlet de l'ENS Lyon pour réaliser des simulations numériques directes de cette configuration de démarrage sur plan incliné. Nous espérons pouvoir comparer les prédictions de notre modèle continu avec les mesures de dynamique moléculaire.

Ce travail concerne uniquement le cas des écoulements secs. En principe, le même jeu d'équation peut être utilisé dans le cas diphasique qui est au coeur de cette thèse. Par contre la résolution numérique de ce système s'avère plus difficile, et nous n'avons pas eu le temps au cours de ce travail de mener à bien ces simulations.

### VII.3 Lâché de barrage

Toujours dans l'idée d'aller plus loin, nous avons profité de la venue au laboratoire de deux stagiaires ingénieurs pendant une semaine pour tenter une expérience de lâché de barrage en milieu immergé qui représente un écoulement non uniforme avec des variations importantes d'épaisseur. Nous voulions ainsi étudier l'influence de la compacité sur un écoulement plus complexe qu'une simple couche horizontale.

Une expérience classique qui a été beaucoup étudié dans le cas des milieux granulaires

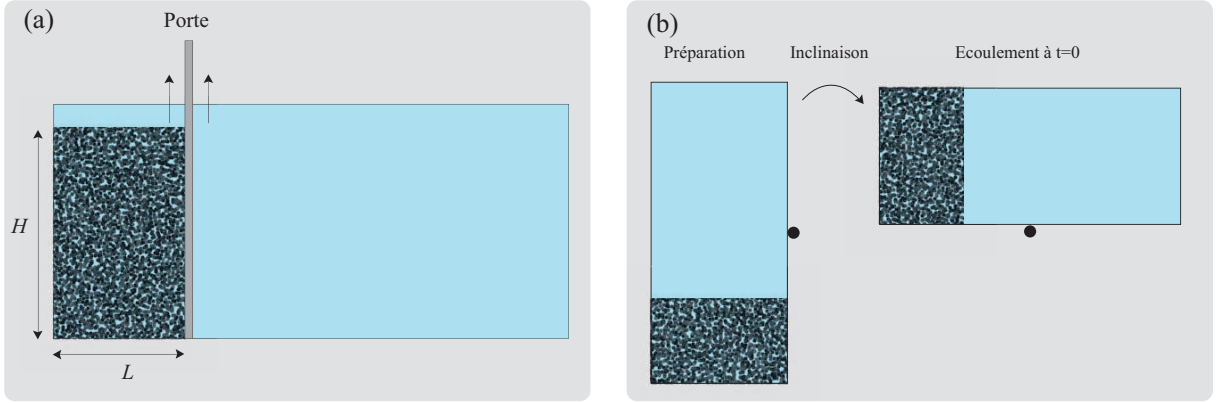


FIGURE VII.11 – (a) Expérience classique de dam break, (b) Notre expérience : préparation de la couche canal à la verticale, puis inclinaison à l'horizontale, l'écoulement démarre.

secs est le "dam break" ou lâché de barrage ((Doyle *et al.* 2007), (Lacaze *et al.* 2008), (Lajeunesse *et al.* 2005)). L'équivalent dans un cas immergé (figure VII.11(a)) consisterait à remplir un réservoir immergé de matériau granulaire, puis à ouvrir la porte à  $t = 0$  et observer l'écoulement.

Notre expérience est un peu différente (figure VII.11(b)). Comme nous disposons d'un canal allongé fermé rempli de billes et de fluide, nous avons opté pour une configuration un peu différente. Nous préparons un parallélépipède rectangle de matériau granulaire au fond de la cuve placée à la verticale, puis nous inclinons la cuve à l'horizontale à  $t = 0$ . Nous nous retrouvons alors dans la situation similaire à l'expérience classique au moment où la porte est ouverte et l'écoulement des grains se produit.

On peut s'interroger sur la similarité entre ces deux expériences. Le fait d'incliner le canal peut modifier la structure de l'empilement. Chaque grain reposant sur ceux du dessous doit alors reposer sur ceux se trouvant à côté. Ceci peut poser problème pour un empilement lâche, les grains pouvant se retrouver dans une situation de fluidisation. Pour un empilement dense le problème se pose moins, les grains étant plus serrés, les contacts sont plus importants. Dans l'expérience classique, la préparation initiale est aussi modifiée mais dans une moindre mesure. Les grains sont simplement cisailés par la levée de la porte. Une autre différence est la présence d'une paroi au dessus des grains dans notre expérience contre du fluide dans l'expérience classique, qui peut faciliter la pénétration de fluide et par conséquent la dilatation du matériau.

Initialement, la zone granulaire est de hauteur  $H$  et de longueur  $L$ . A  $t = 0$ , l'écoulement se produit, la longueur de la zone granulaire s'allonge, et sa hauteur diminue, puis s'arrête avec une longueur maximum  $L_{final}$  et une hauteur minimum  $H_{final}$ . Dans la largeur, l'écoulement reste uniforme.

Nous avons réalisé l'expérience pour deux compacité différentes, une dense et une lâche. Une fois le canal à l'horizontale, une nappe laser placée sur le côté éclaire à faible angle le tas, en filmant par le haut, nous sommes en mesure de remonter à la variation d'épaisseur du tas au cours du temps. Comparons qualitativement ces deux expériences.

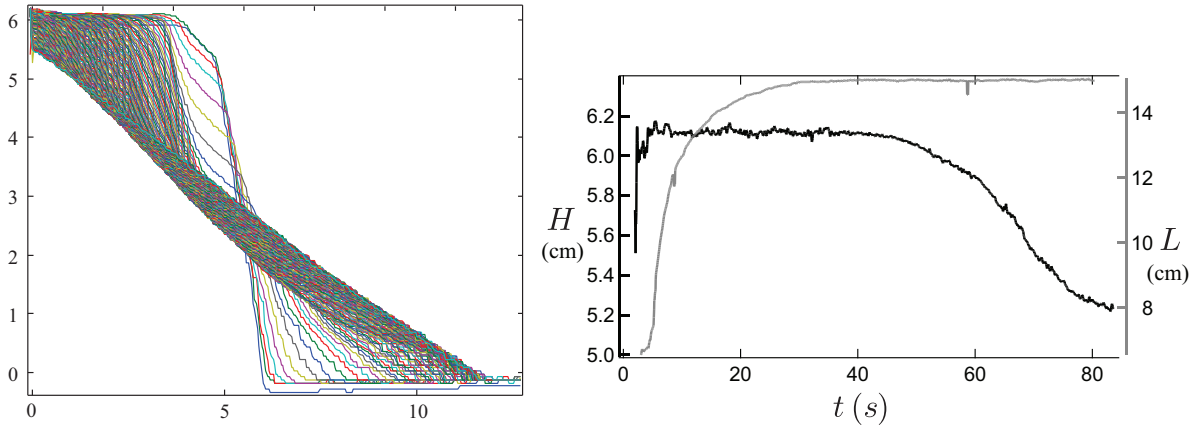


FIGURE VII.12 – Effondrement d'un parallélépipède granulaire dense.

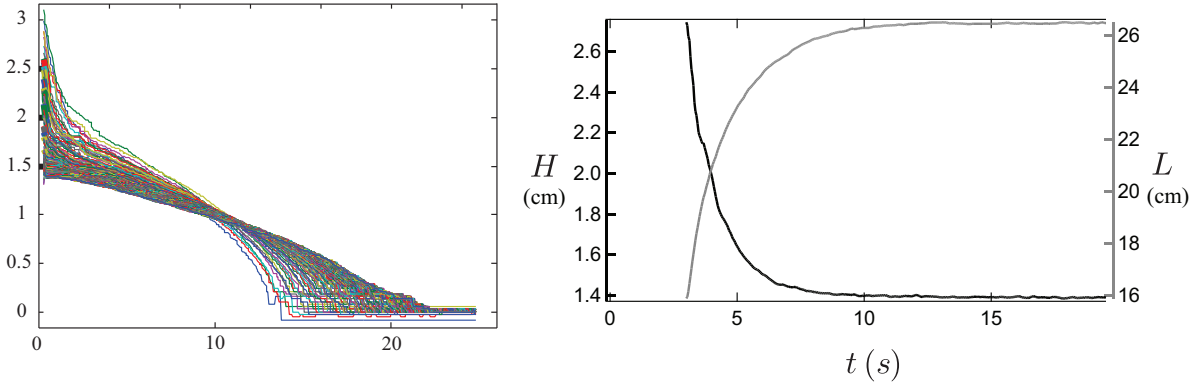


FIGURE VII.13 – Effondrement d'un parallélépipède granulaire lâche.

Pour l'empilement dense (figure VII.12), l'empilement ne bouge pas pendant l'inclinaison. Le profil initial correspond donc à un rectangle. On observe ensuite l'effondrement d'un pan vertical, puis l'échantillon est érodé pour terminer par un profil linéaire à un certain angle. Le cas lâche (figure VII.13) est qualitativement différent. Le déclenchement est beaucoup plus rapide à tel point qu'à la fin de l'inclinaison, la hauteur de l'échantillon est déjà diminuée de moitié, et il a parcouru deux fois sa longueur initiale. Au final, le profil d'épaisseur du cas lâche est très différent du cas dense avec une forme non linéaire, une longueur deux fois plus importante et une hauteur divisée par 3.5.

Nous ne sommes pas allé plus loin dans cette étude, mais ces expériences préliminaires ouvrent de nouvelles questions et représentent une perspective intéressante dans le contexte d'applications géophysiques.



# Conclusion

Au cours de cette thèse, nous avons étudié le déclenchement de l'écoulement d'une couche granulaire immergée dans un fluide. Cela nous a permis d'étudier le rôle de la fraction volumique sur le déclenchement. Nous avons montré que l'écoulement est contrôlé par le couplage entre les grains et le fluide due à la dilatance de la couche granulaire et le développement d'une pression de pore dans la phase fluide.

Notre travail a tout d'abord été expérimental. En mesurant systématiquement la vitesse en surface, l'épaisseur de la couche, et la pression de pore sous la couche lors du déclenchement de l'avalanche, nous avons pu mettre en évidence le rôle de la fraction volumique initiale sur la dynamique de déclenchement d'avalanche. Nous avons observé deux comportements différents suivant la compacité initiale du matériau : un lâche, caractérisé par un déclenchement immédiat avec très rapidement une vitesse non nulle qui peut être supérieure à la vitesse à l'état stationnaire, puis une évolution progressive vers l'état final ; un dense, pour lequel apparaît un temps d'attente initial pendant lequel la vitesse est faible, puis l'avalanche se déclenche. Nous avons montré que ce temps d'attente correspond à une déformation de 25%, la déformation nécessaire à la couche pour se dilater. Cette dilatation correspond au développement d'une pression de pore négative. Une fois dilaté, la dynamique d'avalanche ne dépend plus de la fraction volumique initiale.

Ces deux constats importants que sont le changement de fraction volumique et le développement d'une pression de pore négative, nous ont guidé pour développer une approche théorique. Pour ce faire, nous nous sommes placé dans le cadre des équations diphasiques qui permet de rendre compte du couplage grain-fluide. Le point central était de décrire correctement le comportement rhéologique de la phase granulaire. Un premier niveau de cette rhéologie est la loi  $\mu(\mathcal{I})$  qui permet de décrire un écoulement stationnaire uniforme mais ne prend pas en compte les variations de compacité. Or pour décrire nos expériences, il fallait prendre en compte les variations de fraction volumique. Nous avons tout particulièrement porté notre attention au développement d'équations constitutives à ce niveau. En combinant la loi rhéologique granulaire à une théorie d'état critique issue de la mécanique des sols, nous avons été en mesure de proposer un jeu d'équations constitutives, prenant en compte à la fois le caractère contractant-dilatant du matériau granulaire, et le caractère visqueux des écoulements granulaires .

Nous avons utilisé ces équations constitutives dans le cadre des équations diphasiques moyennées dans l'épaisseur qui permettent de coupler les variations de fraction volumique à la pression de pore qui affectent directement la contrainte normale. Une fois les équations insérées dans le modèle, et le modèle calibré, l'évolution de l'avalanche immergée et le rôle crucial de la fraction volumique sur le déclenchement sont prédits. Qualitativement, les différents comportements lâche et dense sont bien capturés par le modèle. La prédiction dans le cas dense est non seulement qualitative mais quantitative, avec la prédiction du temps d'attente et de l'ensemble de la dynamique. Le succès du modèle proposé est un encouragement à aller au delà du moyennage dans l'épaisseur.

Au cours de cette thèse, nous avons exploré certaines pistes dans ce sens, pistes qui restent exploratoire et représentent des perspectives à ce travail. Nous nous sommes lancé dans deux études : une expérimentale dans le cas immergé et une numérique dans le cas sec. Une expérience iso-indice nous a permis d'aller inspecter l'intérieur de la couche lors du déclenchement de l'avalanche pour les deux comportements lâche et dense. Le profil de vitesse a pu être mesuré et des tentatives ont été effectuées sans succès pour le profil de fraction volumique. Il serait intéressant de développer un modèle complet non moyenné dans l'épaisseur basé sur les équations diphasiques, qui pourrait alors être comparé avec l'expérience et permettrait de comprendre comment les grains sont mis en mouvement dans la couche lors du déclenchement. Ce travail reste à faire. Dans le cadre de cette thèse, nous avons uniquement étudié le cas d'écoulement granulaire sec sans couplage avec le fluide.

Cette étude théorique dans le cas sec a permis d'avoir accès à toutes les grandeurs dans l'épaisseur. Des simulations numériques discrètes sont en cours grâce à une collaboration avec Nicolas Taberlet. La comparaison avec le modèle permettrait de voir si les prédictions fines du modèle se retrouvent dans les observations et ainsi de valider le modèle.

Une dernière étude a été menée sur un lâché de barrage avec des résultats préliminaires qui montrent une nette différence entre un comportement dense et un comportement lâche. Les quelques mesures effectuées montrent que cette configuration est digne d'intérêt et demanderait un travail approfondi. En conclusion, il nous semble que les différents éléments de cette thèse ont permis de progresser dans la description des écoulements granulaires immergés. Le lien avec les événements réels est encore ténu, mais les éléments expérimentaux et théoriques développés dans ce travail apportent un début de réponses à certaines questions posées par les géophysiciens.

# Bibliographie

- [Ancey *et al.* 1999] ANCEY, C. , COUSSOT, P. & EVESQUE, P. 1999 A theoretical framework for granular suspensions in a steady simple shear flow. *J. Rheol.* **43**, 1673-1699.
- [Armanini *et al.* 2005] ARMANINI, A. ,CAPART, H., FRACCAROLLO, L. & LARCHER, M. 2005 Rheological stratification in experimental free-surface flows of granular-liquid mixtures. *J. Fluid Mech.* **532**, 269-319.
- [Berzi & Jenkins 2008] BERZI, D. & JENKINS J. T. 2008 A theoretical analysis of free-surface flows of saturated granular liquid mixtures. *J. Fluid Mech.* **608** 393-410.
- [Berzi & Jenkins 2008b] BERZI, D. & JENKINS J. T. 2008 Approximate analytical solutions in a model for highly concentrated granular-fluid flows. *Phys. Rev. E* **78**, 011304.
- [Brady & Bossis 1988] BRADY, J. F. & BOSSIS, G. 1988 Stokesian dynamics *Ann. Rev. Fluid Mech.* **20**, 111-157.
- [Cassar *et al.* 2005] CASSAR, C. , NICOLAS, M. & POULIQUEN, O. 2005 Submarine granular flows down inclined plane. *Phys. Fluids* **17**, 103301.
- [Courech du Pont *et al.* 2003] COURRECH DU PONT, S., GONDRET, P. , PERRIN B. & RABAUD M. 2003 Granular avalanches in fluids. *Phys. Rev. Lett.* **90**, 044301.
- [Da Cruz *et al.* 2005] DA CRUZ, F., EMAM ,S., PROCHNOW, M., ROUX, J. N. & CHEVOIR, F. 2005. Rheophysics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows. *Phys. Rev. E* **72**, 021309.
- [Daer & Douady 1999] DAER, A. & DOUADY, S. 1999. Sensitivity of granular surface flows to preparation. *Europhys. Lett.* **47**, 324-330.
- [Doppler *et al.* 2007] DOPPLER, D., GONDRET, P., LOISELEUX, T. MEYER, S. & RABAUD, M. 2007 Relaxation dynamics of water-immersed granular avalanches *J. Fluid Mech.* **577**, 161-181.
- [Forterre 2006] FORTERRE, Y. 2006 Kapitza waves give support for three-dimensional granular flow rheology. *J. Fluid Mech.* **563**, 123-132.

- [Forterre & Pouliquen 2008] FORTERRE, Y., POULIQUEN, O. 2008 Flow of dense granular media. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **40**, 1-24.
- [Geminard *et al.* 1999] GÉMINARD, J. C., LOSERT, W. & GOLLUB, J. P. 1999 Frictional mechanics of wet granular material. *Phys. Rev. E* **59**, 5881-5890.
- [GDR MiDi 2004] GDR MiDi 2004 On dense granular flows. *Eur. Phys. J. E* **14**, 341-365.
- [Hampton *et al.* 1996] HAMPTON, M. A. , LEE, H. J. & LOCAT, J. 1996 Submarine Landslides. *Review of Geophysics* **34**, 33-59.
- [Huang *et al.* 2005] HUANG, N. , OVARLEZ, G. , BERTRAND, F. , RODTS, S. , COUS-SOT, P. & BONN, D. 2005 Flow of Wet Granular Materials, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 028301
- [Doyle *et al.* 2007] DOYLE, E. E. , HUPPERT, H. E. , LUBE, G., MADER, H. M. & SPARKS, R.S.J. 2007 Static and flowing regions in granular collapses down channels : Insight from a sedimenting shallow water model, *Phys. Fluids* **19**, 106601
- [Iistad *et al.* 2004] IISTAD T., MARR J. G., ELVERHOI A. & HARBITZ C. B. 2004 Laboratory studies of subaqueous debris flows by measurements of pore fluid pressure and total stress. *Marine Geology* **213**, 403-414.
- [Imran *et al.* 2001] IMRAN J. , PARKER G. , LOCAT J. & LEE H. 2001 1D Numerical Model of Muddy Subaqueous and Subaerial Debris Flows. *J. Hydr. Engrg.* **127**, 959-968.
- [Iverson & Lahusen 1989] IVERSON R. M. & LAHUSEN R. G. 1989 Dynamic pore pressure fluctuations in rapidly shearing granular materials. *Science* **246**, 796-798.
- [Iverson 1997] IVERSON R. M. 1997 The physics of debris flows. *Review of Geophysics* **35**, 245-296.
- [Iverson 2000] IVERSON R. M. 2000 Landslide triggering by rain infiltration. *Water Resour. Res.* **36**, 1897-1910.
- [Iverson *et al.* 2000] IVERSON, R. M., REID, M. E., IVERSON, N. R., LAHUSEN, R. G., LOGAN, M., MANN, J.E., & BRIEN, D. L. 2000 Acute sensitivity of landslide rates to initial porosity. *Science* **290**, 513-516.
- [Iverson & Denlinger 2001a] IVERSON R. M. & DENLINGER R. P. 2001 Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain 1. Coulomb Mixture theory. *J. Geophys. Res.* **106**, 537-552.
- [Iverson & Denlinger 2001b] IVERSON R. M. & DENLINGER R. P. 2001 Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain 1. Numerical predictions and experimental tests. *J. Geophys. Res.* **106**, 553-566.

- [Iverson 2005] IVERSON R. M. 2005 Regulation of landslide motion by dilatancy and pore pressure feedback *J. Geophys. Res.* **110**, F02015.
- [Jackson 1997] JACKSON, R. 1997 Locally averaged equations of motion for a mixture of identical spherical particles and a Newtonian fluid. *Ch. Eng. Sci.* **52**, 24572469.
- [Jackson 2000] JACKSON, R. 2000 *The dynamics of fluidized particles*. Cambridge University Press.
- [Jaeger & Nagel 1992] JAEGER, H. M. & NAGEL, S.R. 1992 Physics of Granular States. *Science* **255**, 1524.
- [Jain *et al.* 2004] JAIN, N. , OTTINO, J. M. & LUEPTOW, R. M. 2004 Effect of interstitial fluid on a granular flow layer. *J. Fluid Mech.* **508**, 23-44.
- [Jop *et al.* 2005] JOP, P. , FORTERRE, Y. & POULIQUEN, O. 2005 Crucial role of sidewalls in granular surface flows : consequences for the rheology. *J. Fluid Mech.* **541**, 167-192.
- [Jop *et al.* 2006] JOP, P. , FORTERRE, Y. & POULIQUEN, O. 2006 A constitutive law for dense granular flows. *Nature* **441**, 727-730.
- [Lacaze *et al.* 2008] LACAZE, L. , PHILIPS, C. & KERSWELL, R. 2008. Planar collapse of a granular column : Experiments and discrete element simulations. *Phys. Fluids* **20**.
- [Lacaze & Kerswell 2009] LACAZE, L. , KERSWELL, R. 2009. Axisymmetric Granular Collapse : A Transient 3D Flow Test of Viscoplasticity. *Phys. Rev. Lett.* **102**.
- [Lajeunesse *et al.* 2005] LAJEUNESSE, E., MONNIER, J. B. & HOMSY, G. M. 2005. Granular slumping on a horizontal surface. *Phys. Fluids* **17**.
- [Legros 2002] LEGROS F. 2002. The mobility of long-runout landslides *Engineering Geology* **63**, 301-331.
- [Major & Iverson 1999] MAJOR J.J. & IVERSON R. M. 1999 Debris-flow deposition : effects of pore-fluid pressure ad friction concentrated at flow margins. *Geol. Soc. Am. Bull.* **111**, 1424-1434.
- [Maxworthy *et al.* 2002] MAXWORTHY, T., LEILICH, J., SIMPSON, J. E. & MEIBURG, E. H. 2002 The propagation of a gravity current into a linearly stratified fluid. *J. Fluid Mech.* **453**, 371-394.
- [Meiburg & Kneller 2010] MEIBURG, E., KNELLER, B. 2010 Turbidity currents and their deposits. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **42**.
- [Morris & Boulay 1999] MORRIS, J. F. & BOULAY, F. 1999 Curvilinear flows of noncolloidal suspensions : The role of normal stresses. *J. Rheol.* **43**, 1213-1237.

- [Mueth *et al.* 2000] MUETH D. M. , DEBREGEAS G. F. , KARCZMAR G. S. , ENG P. J., NAGEL S. R. & JAEGER H. M. 2000 Signatures of granular microstructure in dense shear flows. *Nature* **406**, 385-389.
- [Musson *et al.* 2004] MUSSO A. , FEDERICO F. & TROIANO G. 2004 A mechanics of pore pressure accumulation in rapidly sliding submerged porous blocks. *Computers and Geotechnics* **31**, 209-226.
- [Okura *et al.* 2002] OKURA Y., KITAHARA H., OCHIAI H. SAMMORI T. & KAWANAMI A. 2002 Landslide fluidization process by flume experiments. *Engineering Geology* **66**, 65-78.
- [Ouriemi *et al.* 2008] OURIEMI, M., AUSSILLOUS, P. & GUZZELLI, E. 2008 Bed-load transport by shearing flows. *J. Fluid Mech.* in press.
- [Pailha *et al.* 2008] PAILHA, M., NICOLAS, M. & POULIQUEN, O. 2008 Initiation of underwater granular avalanches : influence of the initial volume fraction. *Phys. Fluids* **20**.
- [Pailha *et al.* 2009] PAILHA, M. & POULIQUEN, O. 2009 A two-phase flow description of the initiation of underwater granular avalanches. *J. Fluid Mech.* in press
- [Prasad & Kytomaa 1995] PRASAD, D. & KYTOMAA, H. K. 1995 Particle stress and viscous compaction during shear of dense suspensions. *Int. J. Multiphase Flow* **21**, 775-785.
- [Pastor *et al.* 2004] PASTOR M., QUECEDO M. , GONZÁLEZ E. , HERREROS M. I. , FERNÁNDEZ MERODO J. A. & MIRA P. 2004 Simple Approximation to Bottom Friction for Bingham Fluid Depth Integrated Models *J. Hydr. Engrg.* **130**, 149-155.
- [Pitman & Le 2005] PITMAN, E. B. & LE, L. 2005 A two-fluid model for avalanches and debris flows *Phil. Trans. R. Soc. A* **363**, 1573-1601.
- [Pouliquen 1999] POULIQUEN, O. 1999 Scaling laws in granular flows down rough inclined planes. *Phys. Fluids* **11**, 542-548.
- [Reynolds 1886] REYNOLDS, O. 1886. Dilatancy. *Nature* **33**, 429-430.
- [Rice 1975] RICE, J. R. 1975 On the stability of dilatant hardening for saturated rock masses. *J. Geophys. Res.* **80**, 1531-1536.
- [Roux & Radjai 1997] ROUX, S. & RADJAI, F. 1997 Texture -dependent rigid plastic behavior, Summer school Physics of Dry Granular Media, September 1997, Cargese, France, Proceedings : Physics of Dry Granular Media, H. J. Herrmann et al (eds), Kluwer, Dordrecht, 1998, pp. 305-311.

- [Roux & Radjai 2001] ROUX, S. & RADJAI, F. 2001 Statistical approach to the mechanical behavior of granular media. in *Mechanics for a New Millennium*, H. Aref and J. W. Philips (eds), Kluwer, Netherlands, pp. 181-196.
- [Rowe 1975] ROWE, J. R. 1962 The Stress-Dilatancy Relation for Static Equilibrium of an Assembly of Particles in Contact. *Proc. R. Soc. London Ser. A* **269**, 500-527.
- [Rudnicki 1984] RUDNICKI, J. W. 1984 Effects of dilatant hardening on the development of concentrated shear deformation in fissured rock masses. *J. Geophys. Res.* **89**, 9259-9270.
- [Schaeffer & Iverson 2008] SCHAEFFER, D.G. & IVERSON, R. 2008 Steady and intermittent slipping in a model of landslide motion regulated by pore-pressure feedback. *SIAM Applied Math.* (to appear).
- [Schofield & Wroth 1968] SCHOFIELD, A. & WROTH, P. 1968 *Critical Soil Mechanics* McGraw-Hill.
- [Smid & Novasad 1981] SMID, J. & NOVASAD, J. 1981 Pressure distribution under heaped bulk solid. *Europhysics letters* **63**.
- [Taylor 1948] TAYLOR, D.W. 1948 *Fundamentals of Soil Mechanics*. Wiley.
- [Valverde & Castellanos 2006] VALVERDE, J. M. & CASTELLANOS, A. 2006 Random loose packing of cohesive granular materials. *Europhys. Lett.* **75**, 985-991.
- [Wittmer *et al.* 1996] WITTMER, J. P., CLAUDIN, P., CATES, M. E. & BOUCHAUD, J. P. 1996 An explanation for the central stress minimum in sand piles. *Nature* **282**, 336-338.
- [Wood 1990] WOOD, D. M. 1990 *Soil behavior and critical state Soil mechanics*. Cambridge University Press.





## Annexe A

Article publié dans The Journal of  
Fluid Mechanics

# A two-phase flow description of the initiation of underwater granular avalanches

MICKAËL PAILHA AND OLIVIER POULIQUEN

Laboratoire IUSTI, UMR 6595 CNRS, Aix Marseille Université (UI, UII), 5 rue Enrico Fermi,  
13465 Marseille cedex 13, France.

A theoretical model based on a depth averaged version of two phase flow equations is developed to describe the initiation of underwater granular avalanches. The rheology of the granular phase is based on a shear rate dependent critical state theory, which combines a critical state theory proposed by Radjai and Roux (1997), and a rheological model recently proposed for immersed granular flows. Using those phenomenological constitutive equations, the model is able to describe both the dilatancy effects experienced by the granular skeleton during the initial deformations and the rheology of wet granular media when the flow is fully developed. Numerical solutions of the two phase flow model are computed in the case of a uniform layer of granular material fully immersed in a liquid and suddenly inclined from horizontal. The predictions are quantitatively compared with experiments by Pailha *et al* (2008), who have studied the role of the initial volume fraction on the dynamics of underwater granular avalanches. Once the rheology is calibrated using steady state regimes, the model correctly predicts the complex transient dynamics observed in the experiments and the crucial role of the initial volume fraction. Quantitative predictions are obtained for the triggering time of the avalanche, for the acceleration of the layer and for the pore pressure.

---

## 1. Introduction

Debris flows (Iverson 1997), landslides (Legros 2002) or submarine avalanches (Hampton *et al.* 1996) are catastrophic events characterized by the flow of a mixture of liquid and particles down a slope. Understanding how these complex media propagate remains a real challenge. A first approach consists in modeling the mixture as a non newtonian fluid described by a Bingham or a Hershel Bulkley rheology (Imran *et al.* 2001, Pastor *et al.* 2004). Although relevant for pure mud flows, the single phase approach is found inappropriate when granular materials are involved (Iverson 1997, Iistad *et al.* 2004). In this case, a relative motion between the fluid phase and the granular skeleton often develops, which induces gradients of fluid pressure and dramatically affect the flow (Rice 1975, Rudnicki 1984, Iverson & Lahusen 1989).

The relative motion between the fluid and the granular matrix can be created by different mechanics: the development of gradients of hydrostatic pressure when the surface of the liquid is inclined from horizontal (Iverson 2000, Okura *et al.* 2002), the presence of underground springs, the presence of heterogeneities in the granular media (Major & Iverson 1999). Another mechanism important for the initiation of flow, is the change of solid volume fraction experienced by the granular skeleton when it starts flowing. Granular materials are known to change volume when sheared (Reynolds 1886, Schofield & Wroth 1968, Wood 1990): a dense packing dilates and a loose packing compacts. When

the material is saturated with a fluid, the change in volume fraction induces a fluid motion and a pore pressure gradient, which can in turn affect the deformation (Iverson *et al.* 2000, Iverson 2005). In case of a dilatation, the liquid is sucked into the medium, pressing the grains together and enhancing the friction, whereas in case of a compaction, the liquid is expelled decreasing the frictional interactions. This coupling between the dilatancy and the pore pressure is called "pore pressure feedback" (Iverson 2005, Schaeffer & Iverson 2008) and has a dramatic influence in the way a landslide starts, as evidenced by the experiment carried out by Iverson *et al.* in the USGS large scale facility (Iverson *et al.* 2000). The authors have shown that samples of soil prepared on a slope with different initial volume fractions behave differently when submitted to a rainfall. Initially loose soils suddenly liquefy and rapidly flow, whereas dense samples merely creep slowly.

Recently, we have been able to put in evidence the crucial role of the initial volume fraction on underwater avalanches in a small scale laboratory experiment (Pailha *et al.* 2008). The experiment consists in a box full of liquid and grains. The sediment layer is prepared at a controlled initial volume fraction and is suddenly inclined from horizontal. The pore pressure and the motion of the granular layer are simultaneously monitored from the beginning of the inclination to the development of a steady flow regime. We have shown that a slight change in the initial volume fraction significantly affects the avalanche dynamics, and that a delay in the triggering of the avalanche can be induced by initially compacting the sediment. The variation of the avalanching time with the control parameters (Pailha *et al.* 2008) can be understood based on simple arguments involving the dilatancy of the granular layer and the coupling with the interstitial fluid. However, in order to capture the whole dynamics from the initiation to the steady flow, a complete theory has yet to be developed. This is the main purpose of this paper. A two-phase flow model is proposed, which is quantitatively compared with the avalanche dynamics measured in Pailha *et al.* experiments (2008).

Several theoretical studies have been developed to describe debris flows, based on two-phase flow equations (Jackson 1997, Jackson 2000). Berzi and Jenkins (2008) have considered the problem of steady and fully developed flows of particles and fluid down a slope. They made the assumption that the fluid phase rheology is described by an eddy viscosity and the granular phase by a shear rate dependent friction law (Da Cruz *et al.* 2005, Jop *et al.* 2006). This approach successfully describes the velocity and density profiles observed in the experiments by Armanini *et al.* (2005), in which a mixture of grains and water is continuously injected at the top of a slope. This approach is for the moment restricted to steady and fully developed flows and does not take into account dilatancy effects.

Iverson and Denlinger (2001) and Pitman and Le (2005) have developed a depth averaged version of the two phase flow equations, assuming that the flowing layer is thin. This model is tractable to describe unsteady and non uniform configurations encountered in real geophysical flows. In their work, the granular phase is described as a Coulomb material, and again, no dilatancy is present.

The dilatancy of the granular layer and the pore pressure feedback mechanism are taken into account in the models developed by Iverson (Iverson 2005, Schaeffer & Iverson 2008). In this approach, the landslide is described as a rigid block sliding down a slope, the source of dilatancy being localized at the base. The pore pressure builds up at the base and is assumed to diffuse through the block, following a classical consolidation equation based on the assumption that the block behaves as a poro-elastic medium. A limit of this approach is that the long time evolution and the fully developed regime can not be described, no shear rate dependence being incorporated in the rheology.

In order to model our underwater avalanche experiments, it is necessary to combine

elements from the different theories. First, we are going to use the framework of the depth averaged equations developed by Pitman and Le (2005). Although the theory does not provide a detailed description of the flow inside the layer, it represents a first approach, in which new constitutive equations for the granular phase can be easily implemented. Secondly, we need to describe the dilatation or compaction linked to the initial deformation of the granular layer as in Iverson's model (Iverson 2005). Critical state theories developed in soil mechanics are effective ways to describe the change in volume fraction (Roux & Radjai 1997, Schofield & Wroth 1968, Wood 1990). However, such theories are independent of shear rate and need to be adapted to rapid deformations. The last ingredient we need is a relevant rheology for the granular phase in order to capture the fully developed flows as in the work by Berzi and Jenkins (Berzi & Jenkins 2008). The rheology of a mixture of grains and fluid is still an open problem. It has been extensively studied but mostly in a dilute regime, when particles interact through hydrodynamics interactions (Brady & Bossis 1988, Morris & Boulay 1999). However, at higher concentrations as the one encountered in our system, contacts between the grains exist, and the frictional interactions becomes predominant (Ancey *et al.* 1999, Huang *et al.* 2005). In this regime, recent experiments have been conducted in different configurations like inclined planes (Cassar *et al.* 2005), rotating drums (Jain *et al.* 2004, Courech du Pont *et al.* 2003), plane shear (Geminard *et al.* 1999), surface flows on a pile (Doppler *et al.* 2007). It has been shown that a shear rate dependent friction law similar to the one obtained in dry granular flows could be relevant (Cassar *et al.* 2005, Doppler *et al.* 2007). In the model presented in this paper, we adopt this shear rate dependent friction law to describe the steady state rheology of our granular underwater avalanches.

Our approach consists in coupling the wet granular rheology with the critical state theory in order to obtain new constitutive laws for the granular phase, which describe both the initial dilatancy and the steady state. These constitutive laws are introduced in two phase flow equations to capture the pore pressure feedback mechanism and model the triggering of underwater avalanches.

This paper is organized as follow. In section 2 we present the main observations obtained in our previous experimental work concerning the role of the initial volume fraction on the initiation of submarine avalanches. In section 3, the two-phase flow model and the constitutive laws of the granular phase are derived. In section 4, a quantitative comparison with the experimental measurements is presented, where special care is taken in the calibration of the parameters introduced in the model. Discussion and conclusions are given in section 5.

## 2. Summary of the experimental observations

The details of the experimental set-up are given in (Pailha *et al.* 2008). It consists in a long box filled with liquid and grains, which can freely rotate around the y-axis (Fig. 1). The grains used are glass beads of density  $\rho_s = 2500 \text{ g.m}^{-3}$  and  $d = 160 \text{ }\mu\text{m}$  in mean diameter. The liquid is a mixture of Water and Ucon oil 75H90000, a viscous water-soluble fluid. Two mixtures have been used: a low viscosity mixture ( $\eta = 9.8 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$ ) and a high viscosity mixture ( $\eta = 96 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$ ). The setup is initially in a horizontal position with a uniform layer of sediment prepared in a loose state after sedimentation. The initial volume fraction  $\phi_0$  is then precisely adjusted by imposing taps of controlled amplitude on the box. Once the desired initial state is obtained, the set-up is tilted at a given inclination  $\theta$  from horizontal. In the central zone where the flow remains uniform, we then record the basal fluid pressure  $p_b^f(t)$  below the layer and the velocity  $u_s^p(t)$  of the particles at the free surface. For a given set of fluid and grains, the control parameters are

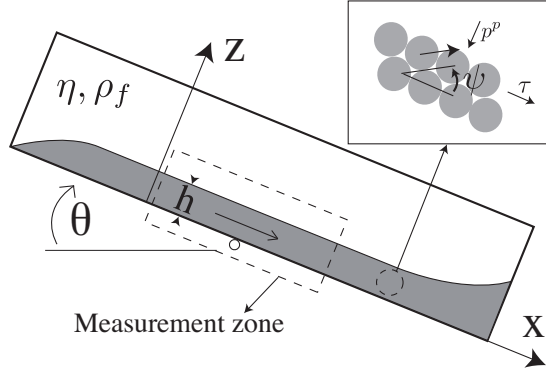


FIGURE 1. Sketch of the experimental configuration.

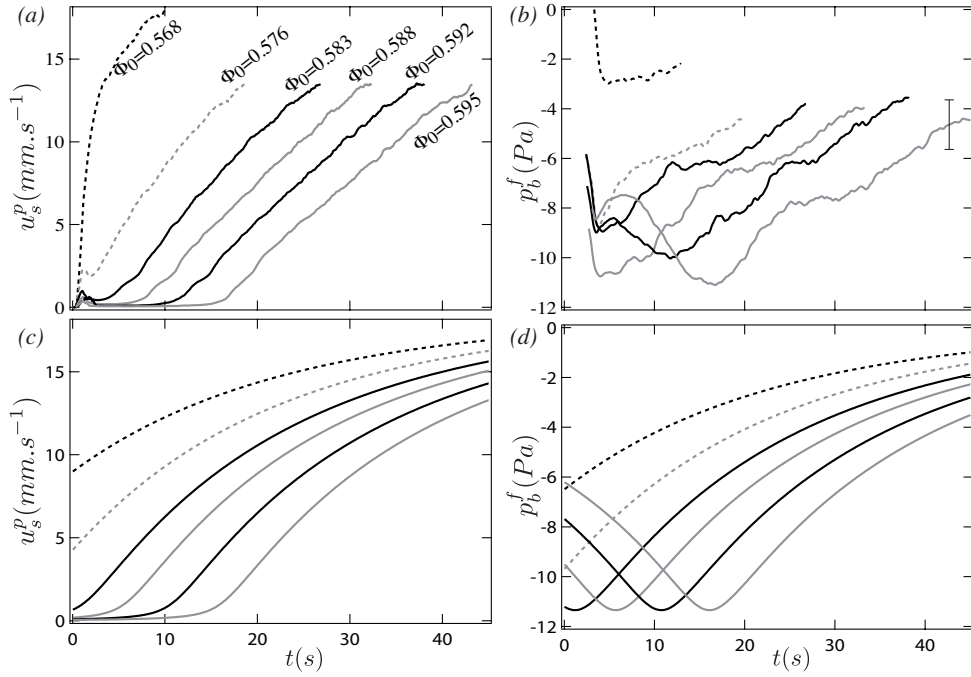
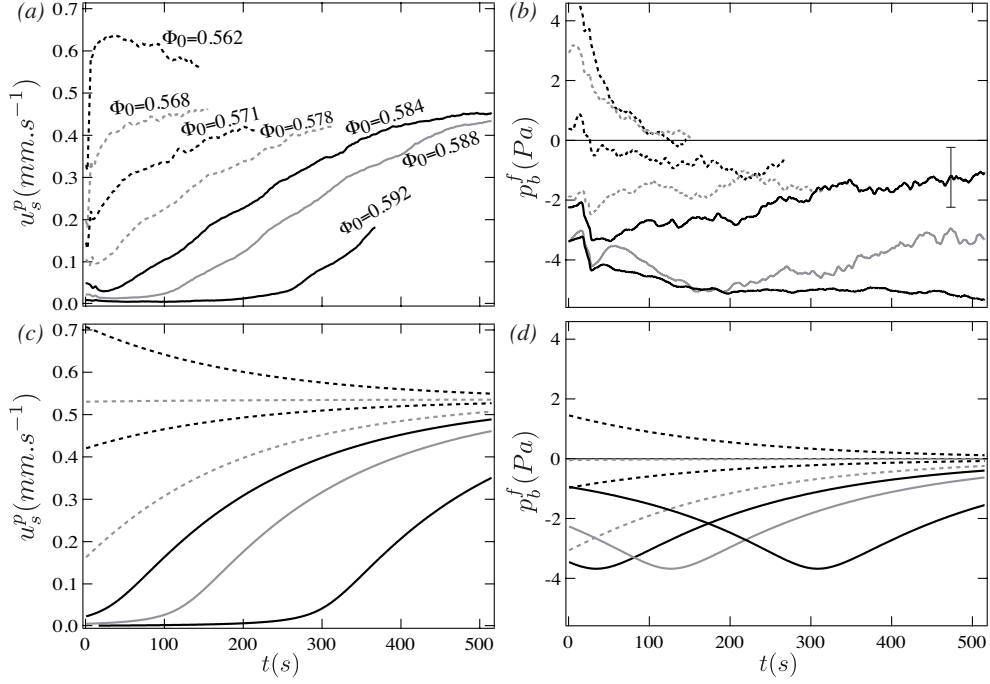


FIGURE 2. Time evolution of the particle free surface velocity  $u_s^p$  and of the basal pore pressure  $p_b^f$  for different initial volume fraction for the low viscosity fluid,  $h = 6.1\text{mm}$ ,  $\theta = 26.4^\circ$ ; (a,b) experiments ;(c,d) predictions of the model; dotted lines mean loose behaviors, solid lines mean dense behaviors. The error bar corresponds to the sensitivity of the pressure sensor.

the amount of grains in the box measured by the initial thickness  $h_0$ , the initial volume fraction  $\phi_0$  and the inclination angle  $\theta$ .

Typical results obtained for different initial volume fractions are presented in figures 2(a,b), 3(a,b) for the two viscosities used. The main observations are the following. The behavior can be roughly divided in a dense and a loose behavior corresponding to  $\phi_0$  greater or less than 0.58. The dense behavior (continuous lines in figures 2, 3) is characterized by an initial slow creep, which can last more than three minutes (Fig. 3(a)), followed by an increase of the velocity, which ultimately seems to reach a plateau corresponding to a steady regime. The pore pressure in this case is initially negative, a signature of the liquid being sucked into the granular layer when it is dilating. The loose

FIGURE 3. Same as 2 for the high viscosity fluid,  $h = 4.9\text{mm}$ ,  $\theta = 25^\circ$ .

case (dotted lines in figures 2, 3) corresponds to an initial rapid acceleration followed by a relaxation to the steady state. In the loosest cases, the transient velocity can be higher than the steady state value. When an overshoot in velocity is observed, the measured pore pressure is positive corresponding to an expulsion of the fluid during the compaction (Fig. 3(b)).

In Pailha et al (2008), we have systematically analyzed how the time delay before the avalanche starts varies with the experimental parameters and how the pore pressure varies. An argument based on the granular dilatancy and on a Darcy law describing the fluid flow through the grains explains the observed scaling. In this study, we develop a complete two-phase flow model able to describe the whole dynamics in both the dense and loose cases, from the initiation to the steady state regime.

### 3. Theoretical description

In order to capture the rich dynamics observed in our system, the theoretical model should contain several ingredients. First, it has to be written in terms of two phase flows equations to capture the coupling between the fluid and the granular skeleton. Secondly, the model should be able to predict the correct steady state. This means that the rheology of the granular phase has to be correctly taken into account. Thirdly, the compaction or dilatation, which takes place at the beginning of the deformation has to be described. In this section we show step by step how to build a minimum model, which takes into account all these ingredients.

#### 3.1. Depth averaged two phase flow equations

In two phase flow equations the grains and the fluid are described as two continuum phases characterized by different velocities, by different stresses, and interacting through

hydrodynamic forces. The mass and momentum conservation laws can be formally derived from local averaging (Jackson 2000), the problem being the choice of the constitutive laws for each phase and the choice of the interacting forces. In order to model the configuration of a thin immersed granular layer flowing on an inclined plane, we follow the work by Pitman and Le (2005), who derive a depth averaged version of the two phase flow equations of Jackson (2000).

Let us consider a granular layer of thickness  $h$  fully immersed in a fluid of density  $\rho_f$  and viscosity  $\eta$  on a plane inclined at an angle  $\theta$  from horizontal (Fig. 1). Particle diameter is  $d$  and  $\rho_p$  is the density of the particles. We assume the flow to be uniform in the  $x$  direction. However, motion in the  $z$  direction exists, which is induced by the dilatation or the compaction of the granular layer. The volume fraction of the granular packing is  $\phi(z, t)$ . The particle and fluid velocities are respectively  $\mathbf{u}^p = u^p(z, t)\mathbf{e}_x + v^p(z, t)\mathbf{e}_z$  and  $\mathbf{u}^f = u^f(z, t)\mathbf{e}_x + v^f(z, t)\mathbf{e}_z$  with  $\mathbf{e}_x$  and  $\mathbf{e}_z$  being the unit vectors along the  $x$  and  $z$  axis. The tensors  $\sigma^p$  and  $\sigma^f$  are the particle and fluid stress tensors.

The mass and momentum conservation equations for the two phases are given by the following expressions:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}^p \phi) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial (1 - \phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}^f (1 - \phi)) = 0 \quad (3.2)$$

$$\rho_p \phi \left( \frac{\partial \mathbf{u}^p}{\partial t} + \mathbf{u}^p \cdot \nabla \mathbf{u}^p \right) = \nabla \cdot \sigma^p + \phi \nabla \cdot \sigma^f + \mathbf{f} + \rho_p \phi \mathbf{g} \quad (3.3)$$

$$\rho_f (1 - \phi) \left( \frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial t} + \mathbf{u}^f \cdot \nabla \mathbf{u}^f \right) = (1 - \phi) \nabla \cdot \sigma^f - \mathbf{f} + \rho_f (1 - \phi) \mathbf{g} \quad (3.4)$$

$$(3.5)$$

The term  $\mathbf{f}$  includes the interaction forces between the two phases, beside the buoyancy  $\phi \nabla \cdot \sigma^f$ . Notice that we have written the buoyancy using the whole stress tensor and not only the isotropic part, a choice explained by Jackson in his book (Jackson 2000). For the viscous drag  $\mathbf{f}$ , we adopt the simple formulation given by

$$\mathbf{f} = (1 - \phi)^2 \beta (\mathbf{u}^f - \mathbf{u}^p)$$

with  $\beta = \eta/(\alpha d^2)$ , where  $\alpha d^2$  is the permeability of the porous media formed by the particles (Ouriemi *et al.* 2008). In the following we use for  $\alpha$  the Kozeny-Carman formula for packing of spheres:  $\alpha = (1 - \phi)^3/150\phi^2$ .

The underwater avalanches belong to a dense granular flow regime, in which the stress related to the contact interactions between the particles is predominant compared to all other viscous stresses, which develop in the fluid phase (see Appendix C). Following several authors (Iverson 2005, Pitman & Le 2005), we then assume that the viscous stresses in the fluid phase are negligible. Under this assumption, the fluid stress tensor simply reduces to the isotropic pressure part, which can then be written as  $\sigma^f = -(p^f + p^{hydro})\mathbf{I}$ , where  $p^{hydro}$  is the hydrostatic part, which verifies  $\nabla \cdot p^{hydro} = \rho_f \mathbf{g}$ . Under this assumption and using the uniformity of the flow in the  $x$  direction, the momentum equations then reduce to the following equations:

$$\rho_p \phi \left( \frac{\partial u^p}{\partial t} + v^p \frac{\partial u^p}{\partial z} \right) = \frac{\partial \sigma_{xz}^p}{\partial z} + (\rho_p - \rho_f) \phi g \sin \theta + (1 - \phi)^2 \beta (u^f - u^p) \quad (3.6)$$

$$\rho_p \phi \left( \frac{\partial v^p}{\partial t} + v^p \frac{\partial v^p}{\partial z} \right) = \frac{\partial \sigma_{zz}^p}{\partial z} - (\rho_p - \rho_f) \phi g \cos \theta - \phi \frac{\partial p^f}{\partial z} + (1 - \phi)^2 \beta (v^f - v^p) \quad (3.7)$$

$$\rho_f (1 - \phi) \left( \frac{\partial u^f}{\partial t} + v^f \frac{\partial u^f}{\partial z} \right) = -(1 - \phi)^2 \beta (u^f - u^p) \quad (3.8)$$

$$\rho_f (1 - \phi) \left( \frac{\partial v^f}{\partial t} + v^f \frac{\partial v^f}{\partial z} \right) = -(1 - \phi) \frac{\partial p^f}{\partial z} - (1 - \phi)^2 \beta (v^f - v^p) \quad (3.9)$$

Following the work by Pitman and Le (2005), we can integrate in the depth the mass conservations 3.1 and the  $x$  momentum equations (3.6) and (3.8). Introducing the depth averaged quantities denoted by a bar,  $\bar{A}(t) = \frac{1}{h} \int_0^h A(z, t) dz$ , the equations reduce to:

$$\frac{d\bar{\phi}h}{dt} = 0 \quad (3.10)$$

$$\rho_p \frac{d\bar{\phi}h\bar{u}^p}{dt} = (\rho_p - \rho_f) g \bar{\phi} h \sin \theta - \tau_b^p + \frac{150\eta\bar{\phi}^2}{(1 - \bar{\phi})d^2} (\bar{u}^f - \bar{u}^p) h \quad (3.11)$$

$$\rho_f \frac{d(1 - \bar{\phi})h\bar{u}^f}{dt} = -\frac{150\eta\bar{\phi}^2}{(1 - \bar{\phi})d^2} (\bar{u}^f - \bar{u}^p) h \quad (3.12)$$

Equation (3.11) stipulates that the solid phase acceleration is balanced by three forces: the relative gravity force, the basal frictional shear stress  $\tau_b^p = \sigma_{xz}^p|_{z=0}$ , which exists at the interface between the granular layer and the rough bottom, and the drag force. The fluid acceleration (3.12) is simply balanced by the drag force between the two phases. Notice that writing the drag force in terms of the averaged quantities is not rigorously derived from the depth averaging process (see Pitman and Le 2005) but is a reasonable assumption.

In writing depth averaged momentum equations, we have hidden the complex rheological behavior in the basal shear stress  $\tau_b^p$ , which needs now to be specified. However, before going into the details of the rheology, we anticipate that the granular stress is of frictional nature, meaning that  $\tau_b^p$  is linked to the particle normal stress at the base  $\sigma_{zz}^p|_{z=0}$ . Information about this stress component is obtained from the  $z$  momentum equations (3.7) and (3.9). In classical shallow water approximation, the vertical velocity is usually linked to the non uniformity of the flow assumed to be small, which implies from (3.9) that the fluid pressure is simply hydrostatic ( $p^f = 0$ ). However, in our underwater avalanches, the vertical displacement is induced by the dilatation or the compaction of the granular layer. This vertical motion is a key feature, which controls the dynamics by influencing the pressure. This coupling between the vertical displacement and the pressure comes from the last term in (3.9) and has to be considered as predominant. Under this assumption, a gradient of fluid pressure exists given by

$$\frac{\partial p^f}{\partial z} = -(1 - \phi) \beta (v^f - v^p). \quad (3.13)$$

Using the fact that mass conservation implies  $\phi v^p + (1 - \phi) v^f = 0$ , substituting expression (3.13) in (3.7) and integrating over the depth leads to the following expression for the basal particle normal stress called in the following  $p_b^p$ :

$$p_b^p = \sigma_{zz}^p|_{z=0} = (\rho_p - \rho_f) \bar{\phi} g h \cos \theta + \beta h \bar{v}^p \quad (3.14)$$

Equations (3.10, 3.11, 3.12) and (3.14) define our depth averaged two phase flow model.



The next step consists in expressing the granular rheology embedded in the basal stress  $\tau_b^p$  and in describing how dilatation or contraction occurs.

### 3.2. Granular rheology

In the case of a dry granular material with no interstitial fluid, it has been shown (Da Cruz *et al.* 2005, GDR MiDi 2004, Forterre & Pouliquen 2008) that a granular layer continuously sheared at a shear rate  $\dot{\gamma}$  under a confining pressure  $p^p$  reaches a steady state characterized by an equilibrium shear stress  $\tau_{eq}^p$  and an equilibrium critical volume fraction  $\phi_{eq}$  given by :

$$\tau_{eq}^p = \mu(I)p^p \quad (3.15)$$

$$\phi_{eq} = \phi_{eq}(I) \quad (3.16)$$

where

$$I = \frac{t_{micro}}{t_{macro}} = \frac{\dot{\gamma}d}{\sqrt{p^p/\rho_p}}$$

is a dimensionless number given by the ratio of two time scales: the time scale of rearrangement  $t_{micro} = d/(\sqrt{p^p/\rho_p})$  and the macroscopic time scale  $t_{macro} = 1/\dot{\gamma}$ . The function  $\mu(I)$  is a shear rate dependent coefficient of friction. It tends to a constant  $\mu_s$  in the quasi-static limit ( $I \rightarrow 0$ ) and increases with  $I$ . The volume fraction  $\phi_{eq}(I)$  is a decreasing function of  $I$ . Although this description fails in capturing all the details of granular flows close to the flow threshold, it gives quantitative predictions in several flow configurations (Forterre & Pouliquen 2008).

The case of immersed granular flows has been much less studied and the rheology is still the matter of debate. However, by analogy to the dry case, it has been proposed that a granular material sheared in the presence of an interstitial viscous liquid is also described by the same frictional rheology (3.15) and (3.16), the time scale of rearrangement  $t_{micro}$  being changed to a viscous time scale proportional to  $\eta/p^p$  (Cassar *et al.* 2005, Courech du Pont *et al.* 2003) where  $\eta$  is the viscosity of the fluid. This approach has been used with relative success to describe steady underwater granular flows down inclined planes (Cassar *et al.* 2005) and underwater free surface flows on a pile (Doppler *et al.* 2007). Under this assumption and for low values of  $I$  for which the function  $\mu(I)$  and  $\phi_{eq}(I)$  are approximated by linear functions, the rheology of a granular material sheared in a viscous fluid under a confining pressure  $p^p$  is given by the following shear stress and volume fraction:

$$\tau_{eq}^p = \mu_s p^p + K_1 \eta \dot{\gamma} \quad (3.17)$$

$$\phi_{eq} = \phi_c - K_2 \frac{\eta \dot{\gamma}}{p^p} \quad (3.18)$$

where  $K_1$  and  $K_2$  are constant. The shear stress is then the sum of a pure frictional term and a pure viscous term. A similar Coulomb-viscous writing for the shear stress has been proposed in previous models of debris flows (Iverson 1985). In the expression for the volume fraction, we have introduced the critical value  $\phi_c$ , which represents the critical volume fraction observed when a continuous quasi static deformation occurs. However, depending on the preparation, a packing can be initially denser or looser than  $\phi_c$  and will then experience dilatation or contraction before reaching the critical value  $\phi_c$  at large deformation. The last step in the development of our model consists in modifying eqs

3.18 and 3.17, which are valid in the steady regime only, in order to describe the initial deformation and to capture the initial changes in volume fraction.

### 3.3. Dilatancy model

A relevant framework to capture the transient deformation is the simple critical state theory proposed by Radjai and Roux (1997, 2001) and valid for rigid particles at a low level of confining stress. The model is based on the concept of a dilatancy angle  $\psi$ , which gives the rate of dilatation (compaction) of the material under a simple shear. To understand the idea, it is useful to consider two layer of beads confined under a pressure  $p^p$  and sheared as sketched in inset of Fig. 1. The angle of dilatancy is the angle made by the tangential plane between the top and the bottom particles. If  $(X, Z)$  is the position of the top particle relative to the bottom one, it is easy to show that the rigidity of the particles implies that an horizontal displacement  $\Delta X$  implies a vertical displacement  $\Delta Z = \tan \psi \Delta X$ . Moreover, if  $\tan \delta$  is the friction coefficient between the particle, it is easy to show that the shear stress  $\tau$  necessary to move the top layer is equal to  $\tau = \tan(\delta + \psi)p^p$ . This simple picture clearly shows an important property of the geometrical entanglement: the dilatation of a dense packing ( $\psi > 0$ ) is accompanied by an increase of the apparent friction coefficient, the increase being equal to the dilatancy, whereas the compaction of a loose packing ( $\psi < 0$ ), corresponds to a decrease of the apparent friction. Based on this picture, Radjai and Roux (1997) have written the following equation to describe the evolution of the volume fraction and of the shear stress in a granular material sheared at a shear rate  $\dot{\gamma}$  under a confining pressure  $p^p$ :

$$\frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial v^p}{\partial z} = \tan \psi \dot{\gamma} \quad (3.19)$$

$$\tau^p = \tan \psi p^p + \tau_{eq}^p \quad (3.20)$$

$$\tan \psi = K_3(\phi - \phi_{eq}) \quad (3.21)$$

where  $\tau_{eq}$  and  $\phi_{eq}$  are the stress and the volume fraction obtained in the steady regime. The first equation is a rewriting of the kinematic condition  $\Delta Z = \tan \psi \Delta X$  and stipulates how the dilatation or the contraction occurs depending on the value of the dilatancy angle. The second equation means that the change in volume fraction implies an additional stress contribution due to the geometrical entanglement. The last equation simply assumes that the dilatancy angle is proportional to the difference between the actual volume fraction and the critical volume fraction corresponding to the steady state, with  $K_3$  being a constant. The linear variation of the dilatancy angle with the volume fraction can be seen as the first term of a Taylor expansion of a more general dilatancy expression  $\psi(\phi)$  with  $\psi(\phi_{eq}) = 0$  (see Radjai and Roux 1997). Under a constant imposed shear rate  $\dot{\gamma}$ , this set of equations predicts that the volume fraction and the shear stress relax towards the steady state regime given by  $\phi_{eq}$  and  $\tau_{eq}^p$  with a time of relaxation simply given by  $1/(K_3 \phi_{eq} \dot{\gamma})$ . In their original work, Radjai and Roux were interested in quasi-static flow of dry granular media and the critical shear stress and the critical volume fraction were constant. To generalize this approach to our immersed granular flows, we now assume that  $\tau_{eq}^p$  and  $\phi_{eq}$  are shear rate dependent, given by the phenomenological constitutive laws (3.17) and (3.18). Equations 3.19-3.21 together with 3.17 and 3.18 represent the simplest shear rate dependent critical state theory for granular material.

## 3.4. Final model

We now have all the ingredients to write the basal shear stress  $\tau_b^p$  in the momentum equation (3.11). According to (3.17) and (3.20),  $\tau_b^p$  is related to the dilatancy at the base  $\tan \psi_b$ , to the pressure at the base  $p_b^p$  and to the shear rate at the base  $\dot{\gamma}_b$  :

$$\tau_b^p = (\mu_s + \tan \psi_b)p_b^p + K_1\eta\dot{\gamma}_b \quad (3.22)$$

To close the system, we have to relate the basal quantities to the depth averaged quantities. First, the dilatancy at the base  $\psi_b$  is related to the volume fraction by relation 3.21 which evolution is controlled by 3.19. Secondly, we have to express the basal shear rate  $\dot{\gamma}_b$ . As usual in the depth averaged approach, we assume that, at each time, the velocity profile inside the layer has the same shape as the one predicted in the steady flows by the rheology. From (3.17) it is easy to show that the profile of a granular layer flowing down a slope is a parabola (Cassar *et al.* 2005). We then have the relation  $\dot{\gamma}_b = 3\bar{u}^p/h$ . This assumption means that the profile at each time is fully developed across the layer, which is not insured and will be discussed later in the paper. The remaining difficulty is to write the basal pressure  $p_b^p$  given by (3.14), in which the vertical velocity  $\bar{v}^p$  comes into play. From the dilatancy relation (3.19), we know that  $\partial v^p/\partial z = \tan \psi \partial u^p/\partial z$ . In the case of a dilatancy  $\psi$  independent of  $z$ , this equation can be integrated. However, in our avalanche,  $\tan \psi$  a priori varies across the layer. It is then not possible to rigorously integrate this equation. We then assume in the following that the averaged vertical velocity is proportional to the horizontal averaged velocity times the basal dilatancy:

$$\bar{v}^p = K_4 \tan \psi_b \bar{u}^p \quad (3.23)$$

where  $K_4$  is a constant of order unity. This closure means that the dilatancy at the base gives the right order of magnitude of the dilatancy inside the layer. Finally, we assume that the thickness is constant  $h \simeq h_0$  and that  $\phi h$ , which is constant according to the mass conservation (3.10), is equal to  $\phi_c h_0$  where  $\phi_c$  is the critical volume fraction introduced in eq. 3.18. The final model describing the evolution of our avalanches is then given by the following set of equations, where we have dropped the averaged bar symbol:

$$\rho_p \phi_c h_0 \frac{du^p}{dt} = (\rho_p - \rho_f) \phi_c g h_0 \sin \theta - \tau_b^p + \frac{150\eta\phi^2}{(1-\phi)d^2} (u^f - u^p) h_0 \quad (3.24)$$

$$\rho_f (1 - \phi_c) h_0 \frac{du^f}{dt} = -\frac{150\eta\phi^2}{(1-\phi)d^2} (u^f - u^p) h_0 \quad (3.25)$$

$$\tau_b^p = (\mu_s + \tan \psi_b) p_b^p + K_1 \frac{3\eta u^p}{h_0} \quad (3.26)$$

$$p_b^p = (\rho_p - \rho_f) \phi_c g h_0 \cos \theta + K_4 \frac{150\eta\phi^2}{(1-\phi)^3 d^2} h_0 u^p \tan \psi_b \quad (3.27)$$

$$\tan \psi_b = K_3 (\phi - \phi_{eq}) \quad (3.28)$$

$$\phi_{eq} = \phi_c - K_2 \frac{3\eta u^p}{p_b^p h_0} \quad (3.29)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -3\phi \tan \psi_b \frac{u^p}{h_0} \quad (3.30)$$

We can summarize the physical meaning of all the terms. Equation (3.24) is the solid momentum equation, where the acceleration is balanced by the gravity, the basal friction and the drag proportional to the relative motion between the grains and the fluid. Equa-

tion (3.25) stipulates that the fluid acceleration is driven by the drag only. The basal shear stress (3.26) is composed of three terms: a constant friction, a friction induced by the dilatancy, and a viscous terms. The normal granular pressure (3.27) is given by the relative weight of the grains plus a drag force induced by the dilatancy. Equation (3.28) says that the dilatancy is related to the difference between the volume fraction and the equilibrium volume fraction which is given by (3.29) and depends on the granular velocity and pressure. Finally, (3.30) gives the variation of the volume fraction as a function of the dilatancy.

It is standard practice in fluid mechanics to write dimensionless equations. In order to do so, we choose the initial thickness  $h_0$  as a characteristic length scale, and a characteristic velocity scale  $U_0$  given by

$$U_0 = \frac{(\rho_p - \rho_f)gh_0^2\phi_c \cos \theta}{3K_1\eta}.$$

The time evolution of the fluid velocity, the grains velocity and the volume fraction are then given by the following equations where tilde means dimensionless quantities:

$$Fr^2 \frac{d\tilde{u}^p}{d\tilde{t}} = \tan \theta - \tilde{\tau}_b^p + \frac{\phi^2}{(1-\phi)} S(\tilde{u}^f - \tilde{u}^p) \quad (3.31)$$

$$\frac{\rho_f}{\rho_p} Fr^2 \frac{d\tilde{u}^f}{d\tilde{t}} = -\frac{\phi^2}{(1-\phi)} \frac{\phi_c}{(1-\phi_c)} S(\tilde{u}^f - \tilde{u}^p) \quad (3.32)$$

$$\frac{d\phi}{d\tilde{t}} = -3\phi\tilde{u}^p \tan \psi_b \quad (3.33)$$

$$\tilde{\tau}_b^p = (\mu_s + \tan \psi_b)\tilde{p}_b^p + \tilde{u}^p \quad (3.34)$$

$$\tilde{p}_b^p = 1 + \frac{\phi^2}{(1-\phi)^3} K_4 S\tilde{u}^p \tan \psi_b \quad (3.35)$$

$$\tan \psi_b = K_3(\phi - \phi_{eq}) \quad (3.36)$$

$$\phi_{eq} = \phi_c - \frac{K_2\tilde{u}^p}{K_1\tilde{p}_b^p} \quad (3.37)$$

where  $Fr^2 = \frac{\rho_p U_0^2}{(\rho_p - \rho_f)gh_0 \cos \theta}$  and  $S = \frac{50}{K_1} \frac{h_0^2}{d^2}$ .

The initial conditions are  $\phi = \phi_0$ , and  $u^f = u^p = 0$  at  $t = 0$ . In order to compare the prediction of this model with the experimental measurement we have simulated these equations using a fourth order Runge Kutta method.

### 3.5. A typical simulation

Before trying to quantitatively confront the model and the experiment, we first analyze qualitative features predicted by the theory.

First, it is interesting to note that the model predicts a flow threshold, which depends on the initial volume fraction. Equations (3.34) and (3.36) implies that no flow occur if the inclination is less than a critical angle  $\theta_c$  verifying  $\tan \theta_c = \mu_s + K_3(\phi_0 - \phi_c)$ . The critical angle can then be higher or lower than the dynamics angle of friction if the initial volume fraction is higher or lower than the value  $\phi_c$ .

A second remark concerns the short time evolution and the role of the inertial terms. In our configuration, a typical value of the Froude number is  $Fr = 10^{-1}$ . Under this condition, the dynamics is characterized by a very short initial phase on a dimensionless time scale of order  $Fr^2$ , followed by a much slower evolution. Using our experimental

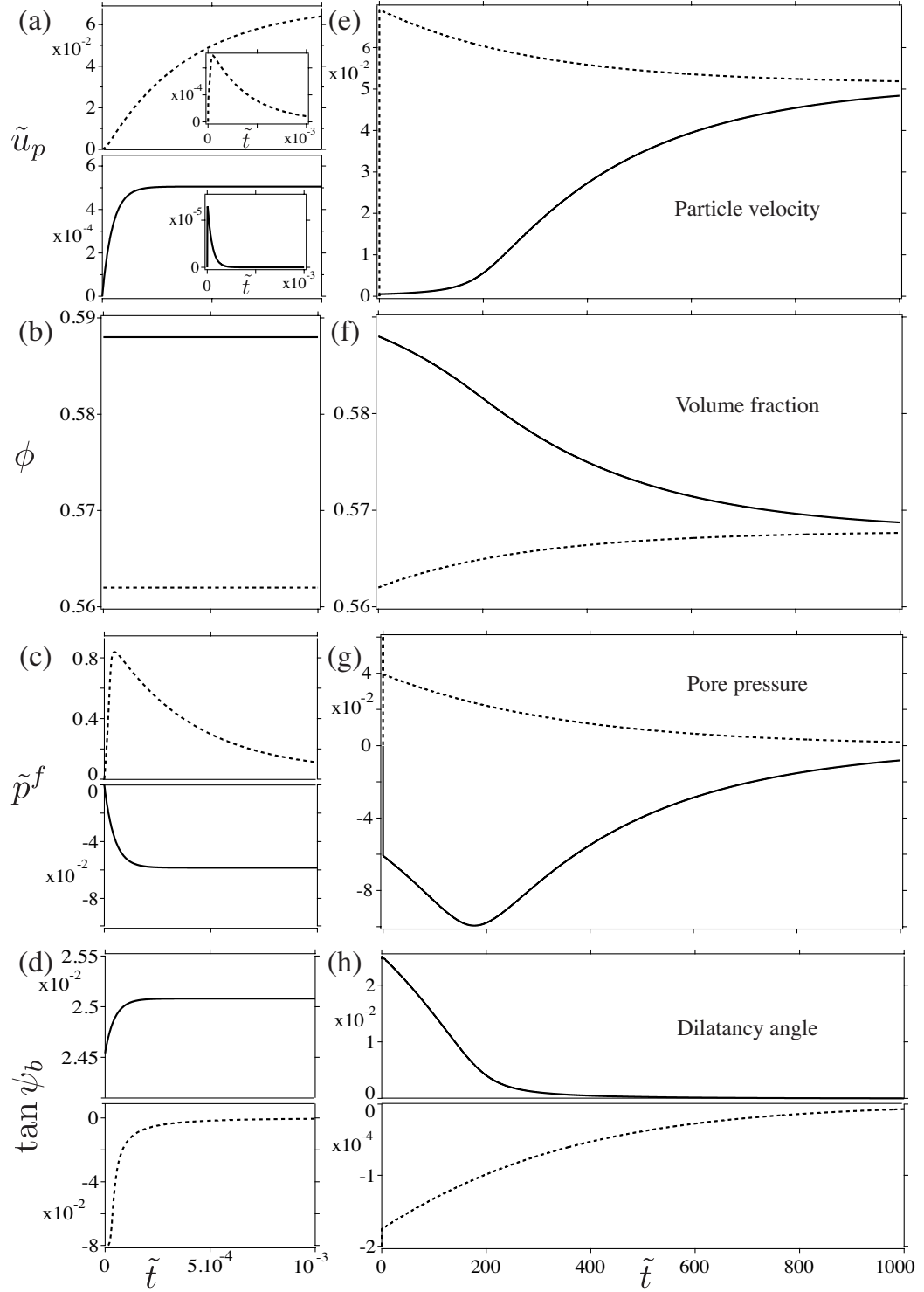


FIGURE 4. Typical simulations obtained for  $S = 2403$ ,  $\theta = 25^\circ$  for  $\phi = 0.562$  (dotted line) and  $\phi = 0.588$  (solid line); (a-d) short time evolution; (e-h) long time evolution; (inset) of a: relative velocity between liquid and particles.

conditions, the typical time scale of this rapid phase is of order  $10^{-2}s$ . Figure 4 shows typical evolutions of the different variables of the model in both a loose (dashed line) and a dense (solid line) case. The short time evolution is plotted on the left of Fig. 4, and the long time on the right.

During the rapid initial transient, the particle phase accelerates (Fig. 4(a)) and the fluid velocity rapidly becomes equal to the particle velocity (inset Fig. 4(a)). During the same time, the pore pressure develops, and becomes negative in the dense case, and positive passing by an overshoot in the loose case (Fig. 4(c)). The dilatancy angle also varies during this initial accelerating phase especially in the loose case (Fig. 4(d)). The volume fraction is the only variable, which does not evolve on this rapid time scale (Fig. 4(b)). At the end of the transient inertial phase, the variables start to evolve on a much slower time scale.

The slow evolution is plotted in figures 4(e-h). First, one observes that both the dense and the loose case converge toward the same steady state characterized by no dilatancy  $\tan \psi = 0$ , no pore pressure  $\tilde{p}_b^f = 0$ , by a terminal velocity  $\tilde{u}_\infty^p = \tan \theta - \mu_s$  and a terminal volume fraction  $\phi^\infty = \phi_c - K_2/K_1(\tan \theta - \mu_s)$ . Secondly, the model predicts a dense and a loose behaviors similar to the ones observed experimentally. In the loose case, the velocity exhibits an overshoot due to the fact that the value reached during the initial rapid transient is higher than the value of the steady state (Fig. 4(e)). During the relaxation toward the steady state, the pore pressure is positive (Fig. 4(g)) and the dilatancy angle is negative (Fig. 4(h)), both relaxing to zero. The dense behavior is characterized by an initial creep during which the velocity remains equal to its small value reached at the end of the rapid inertial phase. During this creeping time, the dilatancy angle decreases continuously to zero (Fig. 4(h)) and the pore pressure slightly decreases. When the dilatancy angle reaches zero, the avalanche starts: the velocity increases significantly and reach the steady state value, while the pore pressure relaxes to zero.

The model exhibits a complex interplay between the dilatancy, the pore pressure and the acceleration and qualitatively mimics the major observations made in the experiments. The next step consists in estimating the different coefficients introduced in the model to be able to quantitatively compare the experimental measurements with the theory. Before doing so, it is worth noting that the evolution of interest in the experiments corresponds to the slow evolution. A zero Froude number approximation can then be developed (Appendix A), which is much faster to compute than the full original model. In this approximation the fluid velocity is equal to the solid velocity.

## 4. Quantitative comparison between experiments and theory.

### 4.1. Calibration

Before comparing the theoretical predictions with the experiments, we need to determine the different parameters introduced in the model. The rheological parameters introduced are  $\mu_s$ ,  $K_1$  in the friction law (3.17) and  $\phi_c$  and  $K_2$  in the dilatancy law (3.18). The calibration of the coefficients in our experiments is a difficult task, as the steady and fully developed regime is rarely achieved in our set-up. However, during the trials where a plateau in velocity was observed, we were able to obtain a good estimate of all the coefficients. The rheological model (3.24) and (3.26) predicts that the steady flow should verify  $\tan \theta = \mu_s + K_1 \mathcal{I}$  with  $\mathcal{I} = 3\eta u^p / (\Delta \rho g h^2 \phi_c \cos \theta)$ . In Figure 5(b) we have plotted the tangent of the inclination as a function of  $\mathcal{I}$ , where  $\mathcal{I}$  is computed using our measurement of the free surface velocity  $u_s^p$  in the steady regime and making the assumption that the profile is parabolic i.e.  $u^p = 2/3 u_s^p$ . Although the collapse is not perfect, the

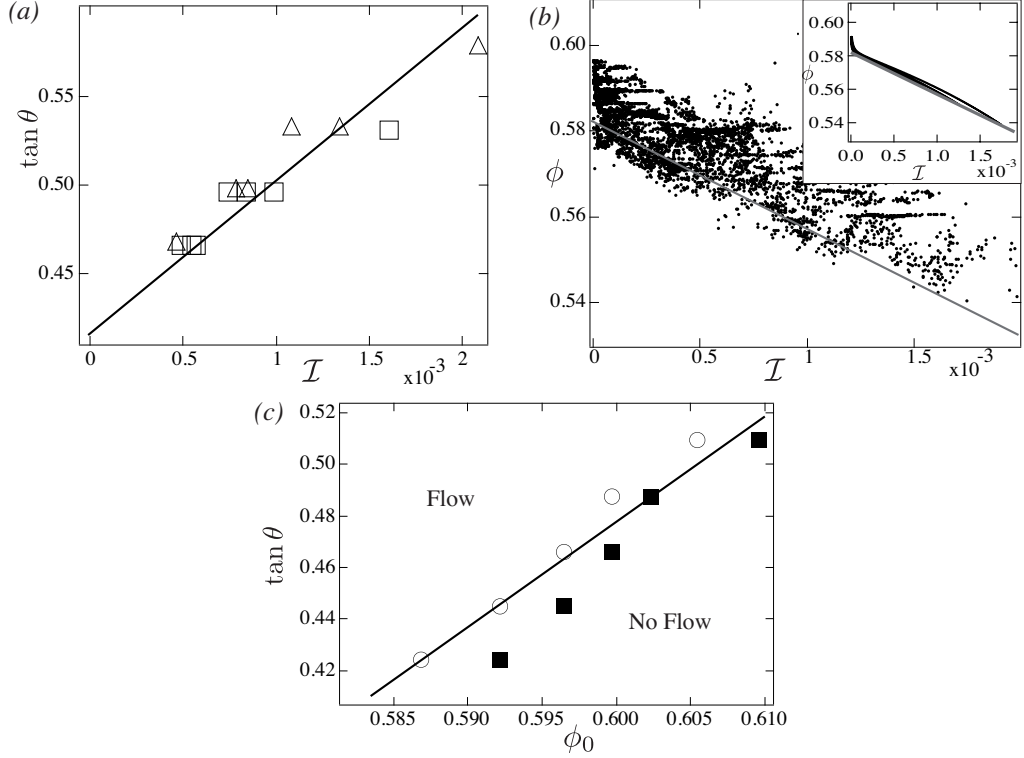


FIGURE 5. Calibration of the model: (a) friction law:  $\tan \theta$  as a function of  $\mathcal{I}$  (see text for definition) for steady states obtained with the low viscosity fluid  $\triangle$  and with the high viscosity fluid  $\square$ . (b) volume fraction: volume fraction as a function of  $\mathcal{I}$  at different time of the dynamics, for different thicknesses (3.7 mm, 4.9 mm and 6.1 mm) and different angles ( $25^\circ$ ,  $26.4^\circ$ ,  $28^\circ$  and  $30^\circ$ ), (inset) theoretical evolution of  $\phi(\mathcal{I})$  during the acceleration phase showing that it remains close to  $\phi_{eq}(\mathcal{I})$  (straight line) (c) flow threshold in the plane  $(\tan \theta, \phi_0)$ , a circle means that the granular layer prepared at the volume fraction  $\phi_0$  starts to flow when inclined at  $\theta$ , a square means that the granular layer does not flow. The solid lines are the linear functions, which have been chosen to calibrate the model (see text).

data are compatible with the prediction, and the best linear fit gives  $\mu_s = 0.415$  and  $K_1 = 90.5$ . Notice that the high value of  $K_1$  justifies a posteriori the assumption that the viscous shear stress induced in the liquid phase is negligible (see Appendix C).

The volume fraction parameters  $\phi_c$  and  $K_2$  are also difficult to determined. The parameter  $\phi_c$  is determined by discriminating between the dense and the loose behavior from figures 2 and 3. We choose  $\phi_c = 0.582$ . To measure  $K_2$  we use the following method. It can be shown in the model, that for the dense situations when the avalanche starts, the volume fraction is close to its equilibrium value  $\phi_{eq} = \phi_c - K_2 \mathcal{I}$  (inset of Fig. 5(b)). If for each time during this phase, we plot the volume fraction  $\phi$  measured experimentally as function of  $\mathcal{I}$  measured at the same time, we obtained Fig. 5(b). One clearly observes that when the velocity increases, the volume fraction decreases. The different points correspond to different inclinations, different thicknesses and different viscosities. Despite the high dispersion, the data has a tendency to collapse along a line showing that the proposed scaling (3.18)  $\phi = \phi_c - K_2 \mathcal{I}$  is correct. The slope of the line passing by  $\phi_c$  and parallel to the data gives  $K_2 = 25$ .

Another parameter in the model is  $K_3$ , which relates the dilatancy angle to the volume

fraction (3.36). To determine  $K_3$ , we have studied how the critical angle below which no flow is observed varies when varying the initial volume fraction  $\phi_0$ . We have seen that the model predicts that no flow is initiated if  $\tan \theta < \mu_s + K_3(\phi_0 - \phi_c)$ . Figure 5(c) shows the frontier between flow and no flow in the plane  $(\phi_0, \tan \theta)$ . The best linear fit gives  $K_3 = 4.09$ . The last parameter is  $K_4$  introduced to relate the vertical velocity to the horizontal one (3.23) and which should be of order one. We have not found any simple way to measure this parameter and have fixed its value to 1.8, corresponding to the best fit we can get for the time evolution in Fig. 3.

All the parameters of the model being now determined, predictions for the whole avalanche dynamics can be compared with the observations.

#### 4.2. Quantitative comparison

In the figures 2(c-d) and 3(c-d), the predictions of the model are plotted for both the high and the low viscosity cases. The agreement, although not perfect, is correct for both viscosities. The time evolution of the free surface velocity is quantitatively predicted for the different initial volume fractions, and the loose and the dense regimes are predicted in the theory for the same range of volume fraction. The characteristics of the dense cases are well captured by the model: the predicted creeping time is correct and the avalanche dynamics after the creeping regime is independent of the initial volume fraction as observed experimentally. The loose case behavior is also captured by the model, with the existence of a velocity overshoot in the same range of volume fraction as observed experimentally. However, the initial acceleration of the granular layer when starting from a loose packing is overestimated by the model compared to the experiments. To compare more systematically the experiments and the theory, we have plotted for the dense cases the time delay  $t_{trig}$  necessary for the avalanche to start as a function of the volume fraction for different inclinations (Fig. 6). The data are in a dimensionless form and the continuous lines are the theoretical predictions. It can be shown analytically (see appendix B), that  $\tilde{t}_{trig}/S$  is a function of the inclination  $\theta$  and of the initial volume fraction  $\phi_0$ . The experimental data obtained for different viscosities, different inclinations, follow the predicted scaling. Another comparison between the experiments and the theory is given in Figure 7(b). We have recorded for the dense cases the maximum acceleration reached during the avalanche. It does not depend on the initial volume fraction and only depends on the inclination and on the thickness of the layer. Again, the data obtained for different viscosities follows the predicted scaling and are in agreement with the theoretical predictions within 20%.

The final comparison concerns the pore pressure measurements. The theoretical prediction are plotted in figures 2(d) and 3(d). The time evolution of the pore pressure follows roughly the experimental measurements. A striking results obtained in our simulation is that the minimum pore pressure obtained in the dense case does not depend on the initial volume fraction (Fig. 2(d)). This is observed experimentally, and moreover, the measured minimum pore pressure is quantitatively in agreement with the theory (figure 7(a)). In conclusion, the theoretical model once calibrated quantitatively capture the rich dynamics observed during the initiation of the underwater avalanches.

## 5. Conclusion

To describe the initiation of underwater granular flows and the crucial role played by the initial volume fraction, a model has been developed based on a depth averaged version of the two-phase flow equations. Special care has been taken in developing constitutive equations for the granular phase. By combining a critical state theory developed in soil



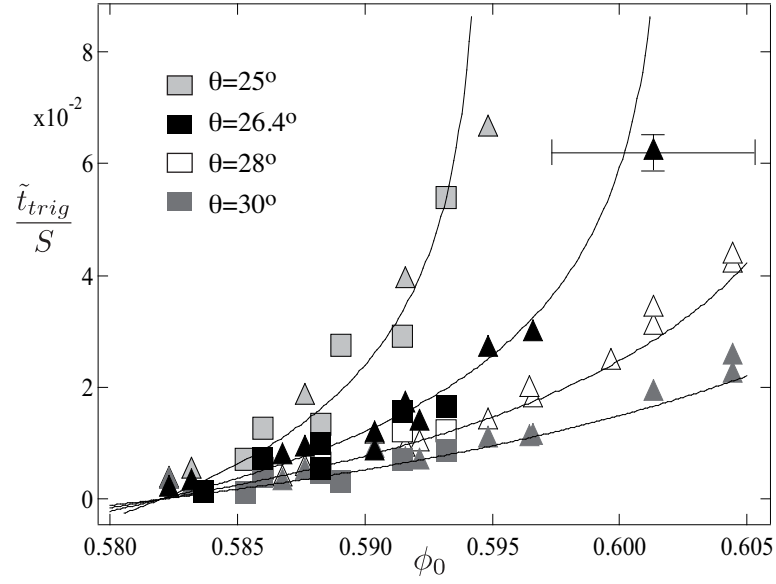


FIGURE 6. Dimensionless triggering time rescaled by the parameter  $S$ ,  $\tilde{t}_{trig}/S$  as a function of the initial volume fraction  $\phi_0$  for the low viscosity fluid (triangles), and for the high viscosity fluid (squares) at different inclinations. Solid lines are the theoretical predictions given by equation (B 4).

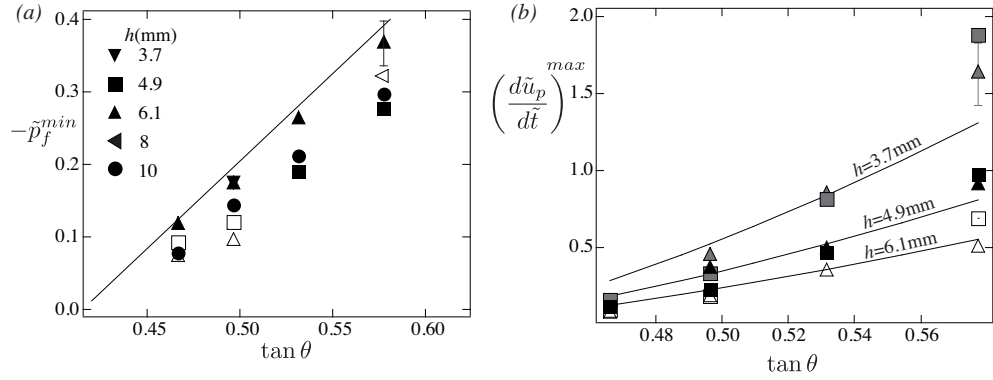


FIGURE 7. (a) Minimum of the dimensionless pore pressure measured in dense cases as a function of the inclination for different thicknesses; Low viscosity (close symbols), high viscosity (open symbols). Solid line is the prediction of the model (b) Dimensionless maximum acceleration for dense cases as a function of  $\theta$  for different thicknesses, for the low viscosity fluid (triangles), and for the high viscosity fluid (squares). Solid lines are the predictions of the model.

mechanics and a rheological model issued from studies on steady granular flows, we have been able to propose a set of constitutive equations, which can take into account both the dilatant behavior of the granular medium when it starts to deform and the steady flow regime. When the constitutive laws are introduced in the two phase flow equations, the evolution of the underwater avalanche and the crucial role of the initial volume fraction are predicted. The different behaviors observed with loose and dense samples is captured by the model. For the dense cases, the agreement is not only qualitative but quantitative when the parameters of the model are calibrated using the steady flow

regime. The relative good agreement between experiment and theory suggests that the approach could be relevant to describe more complex situations.

The avalanche configuration of interest in the present study is much simpler than the ones encountered in natural events. The flow is uniform, the grains are fully immersed and the flow is initiated by a sudden tilt of the granular layer. Several modifications are necessary to address the more complex problems posed by geophysical events such as landslides. First, the rheological behavior of the granular phase has to be modified. The choice made in the present paper corresponds to a viscous regime suitable for our small scale experiment. However, for real events, the rheology belongs to an inertial regime rather than a viscous one, as emphasized by Berzi and Jenkins (2008). The dilatant-contractant constitutive laws developed in this paper can be easily adapted to the inertial regime by simply using equations (3.15) and (3.16) in the constitutive laws (3.20) (3.21). A second improvement of the model is to account for non uniform flows and for variations in the water level. The derivation by Pitman and Le (2005) gives a relevant framework in which the constitutive relations developed in this paper can be implemented. The triggering of landslide induced by a slow increase of the water content as performed in the experiments by Iverson et al (2000), could then be described.

The next extension of the model would be to go beyond the depth averaged approximation. During the depth averaging process we have made strong assumptions: the shape of the velocity profile is assumed to be parabolic and the dilatancy is assumed to occur everywhere in the layer. If these assumptions are reasonable for thin layers, they will certainly fail in the case of thick layers. Variations across the layer are expected to occur. The present approach should then be extended by considering the full set of equations (3.6 - 3.9), a task postponed to future studies.

**Acknowledgements:** This work has benefited from fruitful discussions with Pascale Aussillous, Maxime Nicolas and Prabhu Nott. It has been supported by the Indo-French Centre for the Promotion of Advanced Research (IFCPAR) and by the Agence National de la recherche (ANR) through the PIGE Project.

## Appendix A. Zero Froude number approximation

Neglecting the inertial terms in (3.31) and (3.32) implies that the fluid velocity is equal to the solid velocity. The momentum equation reduces to the following expressions:

$$\tan \theta = (\mu_s + \tan \psi_b) \tilde{p}_b^p + \tilde{u}^p \quad (\text{A } 1)$$

$$\tilde{p}_b^p = 1 + K_4 S \frac{\phi^2}{(1-\phi)^3} \tilde{u}^p \tan \psi_b \quad (\text{A } 2)$$

From those equations we obtain:

$$\tilde{u}_p = \frac{\tan \theta - \mu_s - \tan \psi_b}{1 + K_4 S \frac{\phi^2}{(1-\phi)^3} \tan \psi_b (\mu_s + \tan \psi_b)} \quad (\text{A } 3)$$

This last relation together with equations (3.36) and (3.37) allows to relate the dilatancy angle  $\tan \psi_b$  to the volume fraction  $\phi$  through a second order equation.

$$\begin{aligned} \tan^2 \psi_b \left[ K_1 K_4 S \frac{\phi^2}{(1-\phi)^3} \tan \theta \right] + \tan \psi_b \left[ K_1 + K_2 K_3 - K_1 K_3 K_4 S \tan \theta \frac{\phi^2}{(1-\phi)^3} (\phi - \phi_c) \right] \\ - K_1 K_3 (\phi - \phi_c) - K_2 K_3 (\tan \theta - \mu_s) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A } 4)$$

Equations (A 3), (A 4) and (3.33) define the simplified system of equations to be solved

in the zero Froude number approximation. The initial conditions are then only determined by the volume fraction  $\phi_0$ , the initial velocity being non zero and given by (A 3) and (A 4).

### Appendix B. Estimate of the triggering time in the dense case

For the dense case, we can use equation (A 1) and (A 2), under the assumption,  $\tilde{u}_p \ll 1$  during the creeping time. Equation (A 1) becomes:

$$\tan \theta = (\mu_s + \tan \psi_b)(1 + K_4 S \frac{\phi^2}{(1 - \phi)^3} \tilde{u}^p \tan \psi_b) \quad (\text{B } 1)$$

$$\tilde{u}^p \tan \psi_b = \frac{1}{SK_4} \frac{(1 - \phi)^3}{\phi^2} \left[ \frac{\tan \theta}{\mu_s + \tan \psi_b} - 1 \right] \quad (\text{B } 2)$$

(3.36) and (3.33) lead to:

$$-\frac{\tan \psi_b (\mu_s + \tan \psi_b)}{\tan \theta - \mu_s - \tan \psi_b} = \frac{3K_3}{K_4 S} \frac{(1 - \phi)^3}{\phi} \quad (\text{B } 3)$$

Assuming  $\phi = \phi_c$  in the left hand side of (B 3), we integrate (B 3) with the boundary conditions  $\tan \psi_b = \tan \psi_0 = K_3(\phi_0 - \phi_c)$  at  $\tilde{t} = 0$  and  $\tan \psi_b = 0$  at  $\tilde{t} = \tilde{t}_{trig}$ , we find:

$$\tilde{t}_{trig} = \frac{K_4 S}{3K_3} \frac{\phi_c}{(1 - \phi_c)^3} \left[ -\tan \psi_0 + \tan \theta \ln \frac{-\tan \theta + \mu_s}{\tan \psi_0 - \tan \theta + \mu_s} \right] \quad (\text{B } 4)$$

### Appendix C. Estimate of the viscous stresses induced by the fluid motion

The fluid motion during the avalanche induces additional stresses, which have been neglected in the model. In this appendix, we estimate to which extend this assumption is valid.

The first viscous contribution is the shear stress of the fluid within the granular layer, which is of order  $\eta \dot{\gamma}_b$ , where  $\dot{\gamma}_b$  is the shear rate at the base. Considering that the particle shear stress is given by eq. 3.22, and that  $K_1 = 90$ , we conclude that the viscous shear stress of the liquid phase is negligible compared to the viscous shear stress of the granular phase.

The second contribution comes from the viscous stress that develops at the free surface between the granular layer and the clear fluid. The order of magnitude of this stress is  $\eta u_p / \lambda$  where  $\lambda$  is the thickness of the boundary layer, which develops in the clear fluid due to the motion of the granular layer. Without carrying a complete computation of the boundary layer diffusion, one can estimate  $\lambda$  as being equal to  $\sqrt{\eta / t \rho_f}$ . To get an estimate of the role of this term in the dynamics, one can consider the dynamics of a granular layer without taking into account the dilatancy effect ( $\psi_b = 0$ ) and assuming  $u^f = u^p$ . The equation of motion 3.31 in terms of dimensionless variables then reduces to

$$Fr^2 \frac{d\tilde{u}^p}{d\tilde{t}} = \tan \theta - \mu_s + \tilde{u}^p + \frac{1}{3K_1} \sqrt{Re} \frac{\tilde{u}^p}{\sqrt{\tilde{t}}} \quad (\text{C } 1)$$

with  $Re = \frac{\rho_f U_0 h_0}{\eta}$ . One can show that the last term on the right hand side is negligible during the whole dynamics. At short time  $\tilde{u}^p$  is close to zero and the acceleration is dominated by the gravity term  $\tan \theta - \mu_s$ . When time goes on, the viscous term  $\tilde{u}^p$  coming from the granular rheology rapidly dominates the interfacial stress.

## REFERENCES

- ANCEY, C. , COUSSOT, P. & EVESQUE, P. 1999 A theoretical framework for granular suspensions in a steady simple shear flow. *J. Rheol.* **43**, 1673-1699.
- ARMANINI, A. , CAPART, H., FRACCAROLLO, L. & LARCHER, M. 2005 Rheological stratification in experimental free-surface flows of granular-liquid mixtures. *J. Fluid Mech.* **532**, 269-319.
- BERZI, D. & JENKINS J. T. 2008 A theoretical analysis of free-surface flows of saturated granular liquid mixtures. *J. Fluid Mech.* **608** 393-410.
- BERZI, D. & JENKINS J. T. 2008 Approximate analytical solutions in a model for highly concentrated granular-fluid flows. *Phys. Rev. E* **78**, 011304.
- BRADY, J. F. & BOSSIS, G. 1988 Stokesian dynamics *Ann. Rev. Fluid Mech.* **20**, 111-157.
- CASSAR, C. , NICOLAS, M. & POULIQUEN, O. 2005 Submarine granular flows down inclined plane. *Phys. Fluids* **17**, 103301.
- COURRECH DU PONT, S., GONDRET, P. , PERRIN B. & RABAUD M. 2003 Granular avalanches in fluids. *Phys. Rev. Lett.* **90**, 044301.
- DA CRUZ, F., EMAM ,S., PROCHNOW, M., ROUX, J. N. & CHEVOIR, F. 2005. Rheophysics of dense granular materials: Discrete simulation of plane shear flows. *Phys. Rev. E* **72**, 021309.
- DOPPLER, D., GONDRET, P., LOISELEUX, T. MEYER, S. & RABAUD, M. 2007 Relaxation dynamics of water-immersed granular avalanches *J. Fluid Mech.* **577**, 161-181.
- FORTERRE, Y., POULIQUEN, O. 2008 flow of dense granular media. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **40**, 1-24.
- GÉMINARD, J. C., LOSERT, W. & GOLLUB, J. P. 1999 Frictional mechanics of wet granular material. *Phys. Rev. E* **59**, 5881-5890.
- GDR MIDi 2004 On dense granular flows. *Eur. Phys. J. E* **14**, 341-365.
- HAMPTON, M. A. , LEE, H. J. & LOCAT, J. 1996 Submarine Landslides. *Review of Geophysics* **34**, 33-59.
- HUANG, N. , OVARLEZ, G. , BERTRAND, F. , RODTS, S. , COUSSOT, P. & BONN, D. 2005 Flow of Wet Granular Materials, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 028301
- IISTAD T., MARR J. G., ELVERHOI A. & HARBITZ C. B. 2004 Laboratory studies of subaqueous debris flows by measurements of pore fluid pressure and total stress. *Marine Geology* **213**, 403-414.
- IMRAN J. , PARKER G. , LOCAT J. & LEE H. 2001 1D Numerical Model of Muddy Subaqueous and Subaerial Debris Flows. *J. Hydr. Engrg.* **127**, 959-968.
- IVERSON R. M. 1985 A constitutive equation for mass-movement behavior *J. Geology* **93**, 143-160.
- IVERSON R. M. & LAHUSEN R. G. 1989 Dynamic pore pressure fluctuations in rapidly shearing granular materials. *Science* **246**, 796-798.
- IVERSON R. M. 1997 The physics of debris flows. *Review of Geophysics* **35**, 245-296.
- IVERSON R. M. 2000 Landslide triggering by rain infiltration. *Water Resour. Res.* **36**, 1897-1910.
- IVERSON, R. M., REID, M. E., IVERSON, N. R., LAHUSEN, R. G., LOGAN, M., MANN, J.E., & BRIEN, D. L. 2000 Acute sensitivity of landslide rates to initial porosity. *Science* **290**, 513-516.
- IVERSON R. M. & DENLINGER R. P. 2001 Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain 1. Coulomb Mixture theory. *J. Geophys. Res.* **106**, 537-552.
- IVERSON R. M. & DENLINGER R. P. 2001 Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain 1. Numerical predictions and experimental tests. *J. Geophys. Res.* **106**, 553-566.
- IVERSON R. M. 2005 Regulation of landslide motion by dilatancy and pore pressure feedback *J. Geophys. Res.* **110**, F02015.
- JACKSON, R. 1997 Locally averaged equations of motion for a mixture of identical spherical particles and a Newtonian fluid. *Ch. Eng. Sci.* **52**, 24572469.
- JACKSON, R. 2000 *The dynamics of fluidized particles*. Cambridge University Press.
- JAIN, N. , OTTINO, J. M. & LUEPTOW, R. M. 2004 Effect of interstitial fluid on a granular flow layer. *J. Fluid Mech.* **508**, 23-44.
- JOP, P. , FORTERRE, Y. & POULIQUEN, O. 2006 A constitutive law for dense granular flows. *Nature* **441**, 727-730.

- LEGROS F. 2002. The mobility of long-runout landslides *Engineering Geology* **63**, 301-331.
- MAJOR J.J. & IVERSON R. M. 1999 Debris-flow deposition: effects of pore-fluid pressure and friction concentrated at flow margins. *Geol. Soc. Am. Bull.* **111**, 1424-1434.
- MORRIS, J. F. & BOULAY, F. 1999 Curvilinear flows of noncolloidal suspensions: The role of normal stresses. *J. Rheol.* **43**, 1213-1237.
- MUSSO A. , FEDERICO F. & TROIANO G. 2004 A mechanics of pore pressure accumulation in rapidly sliding submerged porous blocks. *Computers and Geotechnics* **31**, 209-226.
- OKURA Y., KITAHARA H., OCHIAI H. SAMMORI T. & KAWANAMI A. 2002 Landslide fluidization process by flume experiments. *Engineering Geology* **66**, 65-78.
- OURIEMI, M., AUSSILLOUS, P. & GUAZZELLI, E. 2008 Bed-load transport by shearing flows *J. Fluid Mech.* in press.
- PAILHA, M., NICOLAS, M. & POULIQUEN, O. 2008 Initiation of underwater granular avalanches: influence of the initial volume fraction. preprint.
- PRASAD, D. & KYTOMAA, H. K. 1995 Particle stress and viscous compaction during shear of dense suspensions. *Int. J. Multiphase Flow* **21**, 775-785.
- PASTOR M., QUECEDO M. , GONZÁLEZ E. , HERREROS M. I. , FERNÁNDEZ MERODO J. A. & MIRA P. 2004 Simple Approximation to Bottom Friction for Bingham Fluid Depth Integrated Models *J. Hydr. Engrg.* **130**, 149-155.
- PITMAN, E. B. & LE, L. 2005 A two-fluid model for avalanches and debris flows *Phil. Trans. R. Soc. A* **363**, 1573-1601.
- REYNOLDS, O. 1886. Dilatancy. *Nature* **33**, 429-430.
- RICE, J. R. 1975 On the stability of dilatant hardening for saturated rock masses. *J. Geophys. Res.* **80**, 1531-1536.
- ROUX, S. & RADJAI, F. 1997 Texture -dependent rigid plastic behavior, Summer school Physics of Dry Granular Media, September 1997, Cargèse, France, Proceedings: Physics of Dry Granular Media, H. J. Herrmann et al (eds), Kluwer, Dordrecht, 1998, pp. 305-311.
- ROUX, S. & RADJAI, F. 2001 Statistical approach to the mechanical behavior of granular media. in *Mechanics for a New Millennium*, H. Aref and J. W. Philips (eds), Kluwer, Netherlands, pp. 181-196.
- RUDNICKI, J. W. 1984 Effects of dilatant hardening on the development of concentrated shear deformation in fissured rock masses. *J. Geophys. Res.* **89**, 9259-9270.
- SCHAEFFER, D.G. & IVERSON, R. 2008 Steady and intermittent slipping in a model of landslide motion regulated by pore-pressure feedback. *SIAM Applied Math.* (to appear).
- SCHOFIELD, A. & WROTH, P. 1968 *Critical Soil Mechanics* McGraw-Hill.
- WOOD, D. M. 1990 *Soil behavior and critical state Soil mechanics*. Cambridge University Press.



## Annexe B

Article publié dans Physics of Fluids

# Initiation of underwater granular avalanches: influence of the initial volume fraction.

M. Pailha, M. Nicolas & O. Pouliquen  
*Laboratoire IUSTI, UMR 6595 CNRS, Aix Marseille Université (UI,  
 UII), 5 rue Enrico Fermi, 13465 Marseille cedex 13, France.*

We experimentally investigate how a layer of granular material fully immersed in a liquid starts to flow when suddenly inclined from horizontal. The flow is shown to strongly depends on the initial volume fraction, its initiation being dramatically delayed by a slight initial compaction. A model, which takes into account the dilatant behavior of the granular material and the coupling with the interstitial fluid, captures the main experimental features.

Landslides [1], debris flows [2], submarine avalanches [3] are examples of geophysical events involving mixtures of granular materials and liquid. Describing such a mixture as a single fluid with a non newtonian rheology fails in capturing major observations [2], as a strong coupling exists between the stress carried by the fluid and the stress carried by the grains. A key feature is the development of gradients of fluid pressure [4, 5], which induce additional forces on the granular skeleton and can dramatically enhance or reduce the mobility of the material. Among the different mechanisms responsible for pore pressure variations (underground spring, rainfall [6, 7], heterogeneities [8]...), the variations of the solid volume fraction play a crucial role [9]. The ability of granular materials to dilate or compact when deformed [10, 11] causes a fluid motion, which in turn affects the deformation. An illuminating experiment illustrating this coupling has been carried out by Iverson and Coworkers on the USGS large scale facility [9]. Samples of soil have been prepared with different initial solid fraction and have been subjected to a rainfall. The authors show that a loose soil suddenly liquefies and rapidly flows, whereas a dense soil only slowly creeps. The study presented in this paper is inspired by this experiment. We investigate fully immersed granular flows [12–15], focusing on the role of the initial volume fraction. Our motivation is not to reproduce a geophysical configuration but to design a simple small scale experiment, in which the coupling between dilatancy and pore pressure can be quantitatively studied in a wide range of parameters.

The experimental set-up is presented in Fig. 1(a). It consists in a closed box filled with liquid and grains. The box is 1 m long, 20 cm wide and 7 cm high and can freely rotate around the y-axis. The bottom surface of the box is made rough by gluing a layer of particles on it. The particles we used are glass beads of density  $\rho_s = 2500 \text{ kg.m}^{-3}$  and  $d = 160 \mu\text{m}$  in mean diameter. The box is filled with a mixture of water and UCON oil 75H90000 from Dow, a viscous newtonian liquid soluble in water. Two different mixtures are used, with respectively 10% and 28% of Ucon oil, corresponding to a viscosity  $\eta = 9.8 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}^{-1}$  and  $\eta = 96 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}^{-1}$  and a density  $\rho_f = 1026 \text{ kg.m}^{-3}$  and  $\rho_f = 1041 \text{ kg.m}^{-3}$ . The two fluids will be referred in the following as the low viscosity and high viscosity cases.

The experimental procedure is the following. First, the box is tilted back and forth several times at 90 degrees to create a homogeneous suspension. The box is then put back in the horizontal position, and we let the particles

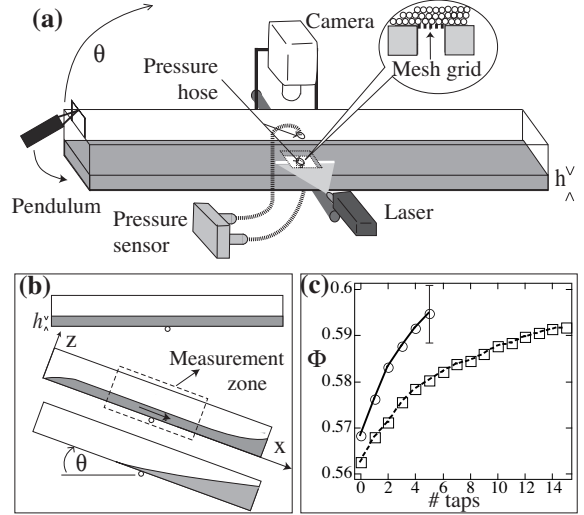


FIG. 1: (a) Experimental set-up. (b) Principle of the experiment. (c) Variation of the mean volume fraction as function of the number of taps; low viscosity  $h = 6.1 \text{ mm}$  ( $\circ$ ); high viscosity  $h = 4.9 \text{ mm}$  ( $\square$ ).

sediment. With this method, we obtain a layer of grains of uniform thickness  $h_0$  along the box, with fluctuations less than two particle diameters. The packing obtained after sedimentation is the loosest packing we can create. The sediment is then compacted by gently tapping on the box using a pendulum, which tangentially kicks the box (Fig. 1(a)). After compaction, the initial volume fraction  $\Phi_i$  is estimated from the measure of the thickness  $h$  using a laser sheet method [14]. With this method,  $\Phi_i$  is controlled with a precision of  $\pm 0.5\%$  (Fig. 1(c)). Note that only the depth averaged volume fraction is measured and that variations of  $\Phi$  could exist across the layer. However, previous works on tap induced compaction of granular matter suggest that the compaction process is homogeneous [16].

Once the layer is prepared at the desired initial volume fraction, the box is rapidly inclined at an angle  $\theta$  (in about one second). When the flow starts, it remains uniform in the central part of the box, but two fronts develop at the top and at the bottom as sketched in Fig. 1(b). All the measurements are taken in the central part as long as the flow is uniform along the  $x$  direction. For a given set of grains and fluid, the control parameters are the thickness of the layer  $h$  (typically between 15 and 40 particle diam-



eters), the initial volume fraction  $\Phi_i$  and the inclination angle  $\theta$ . For each experiment, we record the time evolution of the free surface velocity  $u_s(t)$  and the fluid overpressure  $\Delta P_f(t) = P_f(0) - P_f(h)$  across the granular layer. The free surface velocity is obtained by image correlation from movies recorded from the top by a camera. The pressure is measured using a differential piezoelectric sensor (Honeywell DC001NDC4) connected to the top and bottom of the box by two tubes. The two connecting holes in the box are 5mm in diameter and closed by a  $40\mu\text{m}$  mesh grid. The two inlets of the pressure sensor are aligned with the axis of rotation of the box, which ensures that we do not measure variation of the hydrostatic part of the pressure when inclination takes place (Fig. 1a). The differential pressure  $\Delta P_f(t)$  is then induced by the motion of the grains only.

Figure 2 presents typical results for  $u_s(t)$  and  $\Delta P_f(t)$  obtained in both the low and high viscosity cases. Time zero is the beginning of the inclination. The different curves correspond to different initial volume fractions,  $\theta$  and  $h$  being fixed. The figure clearly shows that the flow initiation is strongly affected by the initial volume fraction. The observed behaviors can be classified in two classes: a loose behavior for  $\Phi_i < 0.58$ , and a dense behavior for  $\Phi_i > 0.58$ . The loose case (dashed lines in Fig. 2) is mainly observed with the high viscosity fluid, for which the sedimentation process used to prepare the sample leads to very loose packing. The dynamics is characterized by a rapid initial acceleration, which starts almost immediately after the inclination and followed by a slower evolution. The velocity eventually seems to saturate, although our experiment does not last long enough to reach a truly steady state. In the loosest cases ( $\Phi_i = 0.562$  in Fig. 2(d) and  $\Phi_i = 0.568$  in Fig. 2(a)), the transient velocity is higher than the steady terminal velocity. This overshoot in velocity is accompanied by the development of a positive pore pressure.

The behavior of initially dense layers is qualitatively different (continuous lines in Fig. 2). Once the box is tilted, the granular layer does not start to flow (see movie). The velocity remains very small during a finite time, which can last few minutes in the high viscosity case. Eventually, the avalanche starts and the velocity increases linearly before saturating. A triggering time can be determined by fitting the acceleration phase by a straight line and by taking the intersection with the time axis (Fig. 2(c)). Figure 3(a) shows how  $t_{trig}$  varies as a function of the initial volume fraction  $\Phi_i$  for different inclinations  $\theta$  and two thicknesses. The time  $t_{trig}$  dramatically increases with the sample compaction, the effect being more pronounced for a low inclination. Changing the layer thickness  $h$  also influences  $t_{trig}$ . A striking observation in Fig. 2(a) and (c) is that the time evolution after  $t_{trig}$ , once the avalanche starts, is independent of  $\Phi_i$ . The different curves corresponding to  $\Phi_i$  greater than 0.58 in Fig. 2(a) and (c), are simply shifted in time. A last observation is that the dense case corresponds to the development of a negative pore pressure. The negative pressure builds up rapidly after the inclination, remains more or less constant during the creeping phase, and slowly comes back to zero during the avalanche phase. Within the accuracy of our measurement, the minimum pore pressure reached during the run is independent

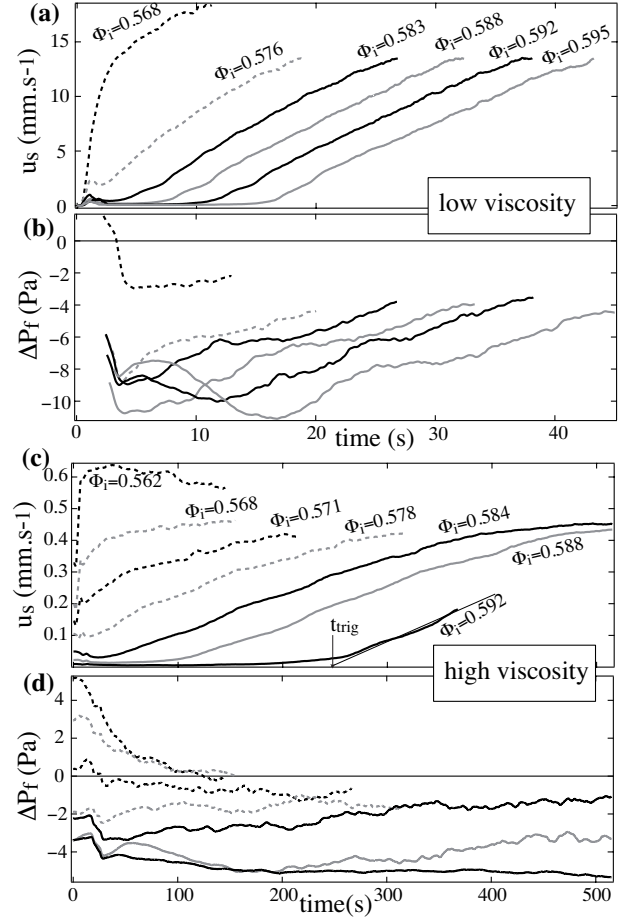


FIG. 2: Surface velocity  $u_s(t)$  and pore pressure  $\Delta P_f(t)$  for different initial volume fractions, (a,b) low viscosity  $h = 6.1\text{mm}$ ,  $\theta = 26.4^\circ$ . (c,d) high viscosity,  $h = 4.9\text{mm}$ ,  $\theta = 25^\circ$ . A movie illustrates the time delay induced by the compaction process.

of the initial volume fraction but varies both with the inclination  $\theta$  and the thickness  $h$ . Figure 3(b) shows that this minimum pressure seems to scale with the relative weight of the layer  $\Delta\rho gh\Phi_i \cos\theta$ , and varies linearly with  $\tan\theta$ .

In order to understand the observed behavior, we have looked carefully at the deformation of the layer during the pre-avalanche phase, when the velocity is close to zero. A slow creep is indeed observed as shown in Fig. 4(a), where the mean deformation  $X_s/h$  of the layer is plotted as a function of time,  $X_s$  being the displacement of the free surface. When the velocity  $u_s$  is plotted as a function of the deformation  $X_s/h$  instead of time, the different curves of Fig. 2(a) collapse for  $\Phi_i > 0.58$ . Fig. 4(b) shows that the avalanche starts when the deformation is of order 0.25, whatever the initial volume fraction. The time delay  $t_{trig}$  thus corresponds to the time it takes for the material to deform about 25%.

Qualitatively, our observations are consistent with the scenario of a pore pressure feedback proposed by Iverson for landslides [5]. When the dense initial packing starts to

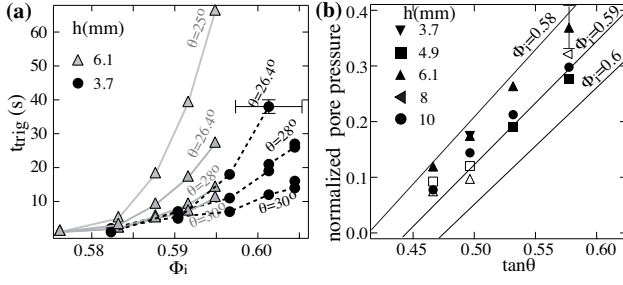


FIG. 3: (a)  $t_{trig}$  as a function of  $\Phi_i$  for different  $\theta$  and  $h$  (low viscosity). (b) Normalized minimum pore pressure reached during the runs  $-\Delta P_f^{min}/\Delta \rho g h \Phi_i \cos \theta$  as a function of  $\theta$  for different  $h$ ; Low viscosity (close symbols), high viscosity (open symbol). Each point corresponds to an average over different  $\Phi_i$  for dense cases ( $\Phi_i > 0.588$ ). Continuous lines are the predictions given by eq.5

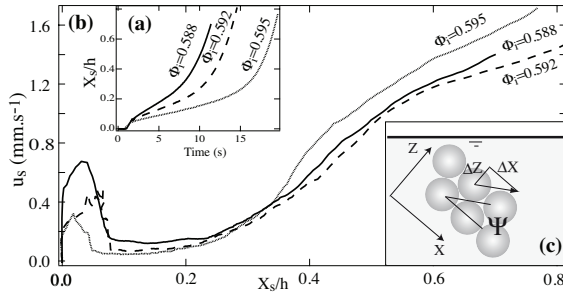


FIG. 4: (a) Time evolution of the deformation  $X_s/h(t)$  for runs  $\Phi_i = 0.588, 0.592$  and  $0.595$  of Fig.2a. (b) free surface velocity  $u_s$  as a function of  $X_s/h$  for the same runs. (c) Sketch of the dilatancy process.  $\Psi$  is the dilatancy angle.

deform, dilatation occurs. The fluid is then sucked into the granular layer, inducing a pore pressure gradient, which presses the granular skeleton and enhances the frictional stress. In our experiment, we can quantitatively test the scaling laws predicted by this scenario.

In order to do so, we modify the model introduced in [5] by neglecting the poro-elasticity, which is irrelevant at the low stress level reached in our experiments. In order to model the dilatancy effects, it is common to introduce the notion of dilatancy angle  $\Psi$  [11, 17], which relates the vertical motion experienced by one layer of particles relative to the other when a horizontal shear is applied:  $\Delta Z = \tan \Psi \Delta X$  (Fig. 4(c)). A positive (resp. negative) dilatancy angle corresponds to a dilatant (resp. contractant) behavior. The dilatant-contractant character depends on the volume fraction  $\Phi$  and a first simple description consists in assuming a linear variation between  $\Psi$  and  $\Phi$  [17]:  $\tan \Psi = K(\Phi - \Phi_0)$ , where  $K$  is a constant and  $\Phi_0$  is the critical volume fraction. If  $\Phi$  is greater (resp. less) than  $\Phi_0$ ,  $\Psi$  is positive (resp. negative) and dilatancy (resp. compaction) occurs. This linear approximation is correct for a volume fraction close to the critical volume fraction  $\Phi_0$ . Let us consider the initiation of our avalanches, when

the layer has just been inclined. Particles begin to move downwards and a shear develops. Because of the dilatancy, particles not only acquire a  $x$  component of velocity  $u(z)$  parallel to the plane, but also a  $z$  component of velocity  $v(z)$ , which verifies  $v(z) = \tan \Psi u(z)$ . The whole system being immersed in a fluid, this  $z$ -component induces a relative motion between fluid and grains, which creates a pore pressure gradient across the layer. Our experiments belonging to a viscous regime, we assume that the pressure gradient is given by a linear Darcian drag:

$$\partial P_f / \partial z = (\eta / \alpha d^2) v(z) = \tan \Psi (\eta / \alpha d^2) u(z) \quad (1)$$

where  $\alpha d^2$  is the permeability of the granular layer ( $P_f$  is the overpressure besides the hydrostatic). The faster the deformation takes place, the higher the pressure gradient and the higher the friction force between the grains and the rough bottom. The rate of deformation is then determined by writing the balance between the gravity force and the friction force at the base:

$$\Delta \rho \Phi_i g h \sin \theta = \tan(\delta + \Psi) (\Delta \rho \Phi_i h g \cos \theta - \Delta P_f), \quad (2)$$

where  $\Delta \rho = \rho_s - \rho_f$  is the difference between grains and fluid density,  $g$  is the gravity, and  $\Delta P_f = P_f(0) - P_f(h)$ . In the right-hand side, the friction angle is written as the sum of the critical friction angle  $\delta$ , which measures the friction at large deformation when the dilatancy effect no longer occurs, and of the dilatancy angle  $\Psi$  [5, 17]. The normal force is the sum of the relative weight of the grains and of the pore pressure gradient. In eq. 2, acceleration and viscous forces in the fluid have been neglected, the main source of resisting stresses being the friction between particles. The depth averaged velocity  $\langle u \rangle = 1/h \int_0^h u(z) dz$  during the creeping phase can be computed by integrating eq. 1 and inserting it in eq. 2 :

$$\langle u \rangle = \left( \frac{\tan \theta}{\tan(\delta + \Psi)} - 1 \right) \frac{\alpha d^2 \Delta \rho \Phi_i g \cos \theta}{\eta \tan \Psi} \quad (3)$$

At this point, we have considered the dilatancy angle  $\Psi$  as a constant. However, when the material deforms, the layer dilates and the angle  $\Psi$  decreases. It eventually reaches zero for a deformation of order one, when the dilatancy no longer occurs (the so called critical state in plasticity theory [11, 17]). Once  $\Psi$  vanishes, the motion perpendicular to the plane no longer exists and the normal stress due to the pore pressure vanishes: the avalanche really starts. A complete theory should properly describe the evolution of  $\Psi$ , a task we postpone for a future study. In the present paper, we restrict ourselves to an estimate of the triggering time, which can be obtained from eq.3. We have seen in the experiments that the mean deformation needed to erase the initial preparation is of order  $X_s/h = 0.25$ , where  $X_s$  is the free surface displacement. The time  $t_{trig}$  can then be estimated by the relation  $(t_{trig} u_s)/h \approx 0.25$ , which gives  $(t_{trig} 2 \langle u \rangle)/h \approx 0.25$ , under the assumption of a linear profile inside the layer i.e  $u_s = 2 \langle u \rangle$ . The expression for the triggering time as a function of the inclination  $\theta$ , of the volume fraction  $\Phi_i$  and of the fluid and grain properties is given by the following expression:

$$t_{trig} = t_0 \frac{\tan \Psi \tan(\delta + \Psi)}{\tan \theta - \tan(\delta + \Psi)} \quad (4)$$

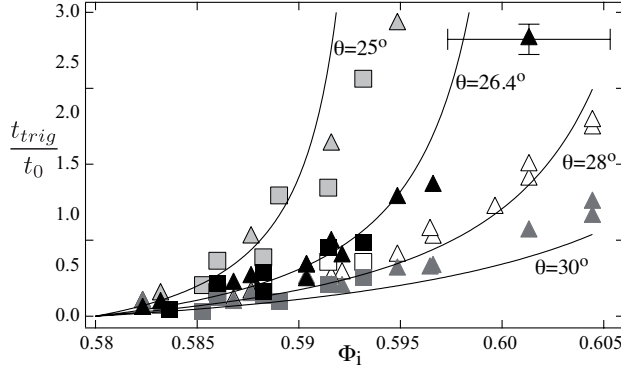


FIG. 5: Dimensionless triggering time  $t_{trig}/t_0$  as a function of  $\Phi_i$ . Triangles are for low viscosity cases and squares for high viscosity. Data are obtained for  $h = 3.7, 4.9$  and  $6.1$  mm. The continuous lines are the prediction of eq. 4 (see text).

with  $t_0 = \frac{0.25\eta h}{2\alpha d^2 \Delta \rho g \Phi_i \cos \theta}$  and  $\Psi = K(\Phi_i - \Phi_0)$ .

To test this prediction, we have conducted experiments for different thicknesses  $h$ , different inclination angles  $\theta$ , for two fluid viscosities  $\eta$  and different initial volume fractions  $\Phi_i$ . Fig. 5 is a summary of the results. The measured triggering times made dimensionless using  $t_0$  are plotted as a function of  $\Phi_i$ . The data obtained for the same inclination but for different thicknesses and different viscosities collapse, as predicted by the model. Moreover, we have tried to quantitatively fit the data by eq. 4. In order to do so, we need to determine the coefficients  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\Phi_0$  and  $K$ . The parameter  $\alpha$  is computed using the Kozeny-Carman formula for packing of spheres  $\alpha = (1 - \Phi)^3 / 150 \Phi^2$ , which for  $\Phi$  around 0.58 gives  $\alpha = 0.005$ . The friction angle  $\delta$  is estimated by measuring the angle of repose of the material equal to  $\delta = 22.5^\circ$ . The critical volume fraction  $\Phi_0$  is taken equal to  $\Phi_0 = 0.58$  given by the transition between

the loose and dense behavior. The remaining fit parameter is  $K$ . The best fit is obtained for  $K = 3.4$  and is shown in Fig. 5. A fair agreement is obtained between the prediction and the measurements. This value of  $K$  corresponds to dilatancy angles of a few degrees. Another prediction of this model concerns the negative pore pressure  $\Delta P_f$ , which develops across the layer during the creeping phase. It is straightforward to derive from eq. 2 the following relation:

$$\frac{-\Delta P_f}{\Delta \rho g h \Phi_i \cos \theta} = \frac{\tan \theta}{\tan \delta + K(\Phi_i - \Phi_0)} - 1. \quad (5)$$

The model predicts that the pore pressure scales with the relative weight of the layer and varies linearly with the inclination, in agreement with the experimental observations. However, eq. 5 also predicts a variation with the initial volume fraction, which is not observed in the experiments (Fig. 3(b)). This discrepancy is certainly due to the assumption of a constant dilatancy. A more complete theory should be developed to properly capture the evolution of the pore pressure during the creeping phase.

In conclusion, by analyzing how a layer of particles immersed in a liquid destabilizes when suddenly inclined, we have been able to study the role of the initial volume fraction. We have shown that the flow is controlled by the coupling between the dilatancy of the granular layer and the development of pore pressure in the fluid phase. A simple model has been developed, which captures the major experimental observations and predicts how the triggering time varies with the experimental parameters. These results and the possibility in our experiment to accurately measure the whole dynamics, from the initiation to the steady flows, opens new perspectives to test models based on two phase flow equations [18–20].

Acknowledgements : This work was supported by the Indo-French Centre for the Promotion of Advanced Research (IFCPAR) and by the Agence National de la recherche (ANR) through the PIGE Project.

- 
- [1] F. Legros "The mobility of long-runout landslides" *Engineering Geology* **63**, 301 (2002).
  - [2] R. M. Iverson "The physics of debris flows" *Review of Geophysics* **35**, 245 (1997).
  - [3] M. A. Hampton, H. J. Lee and J. Locat "Submarine Landslides" *Review of Geophysics* **34**, 33 (1996).
  - [4] R. M. Iverson and R. G. Lahusen "Dynamic pore pressure fluctuations in rapidly shearing granular materials." *Science* **246**, 796 (1989).
  - [5] R. M. Iverson "Regulation of landslide motion by dilatancy and pore pressure feedback." *J. Geophys. Res.* **110**, F02015 (2005).
  - [6] R. M. Iverson "Landslide triggering by rain infiltration." *Water Resour. Res.* **36**, 1897 (2000).
  - [7] Y. Okura, H. Kitahara, H. Ochiai, T. Sammori and A. Kawanami "Landslide fluidization process by flume experiments" *Engineering Geology* **66**, 65 (2002).
  - [8] J.J. Major and R. M. Iverson "Debris-flow deposition: effects of pore-fluid pressure and friction concentrated at flow margins." *Geol. Soc. Am. Bull.* **111**, 1424 (1999).
  - [9] R. M. Iverson, M. E. Reid, N. R. Iverson, R. G. Lahusen, M. Logan, J.E. Mann and D. L. Brien "Acute sensitivity of landslide rates to initial porosity" *Science* **290**, 513 (2000).
  - [10] O. Reynolds "Dilatancy." *Nature* **33**, 429 (1886).
  - [11] A. Schofield and P. Wroth *Critical Soil Mechanics* (McGraw-Hill, London, 1968).
  - [12] S. Courrech du Pont, P. Gondret, B. Perrin and M. Rabaud "Granular avalanches in fluids." *Phys. Rev. Lett.* **90**, 044301 (2003).
  - [13] N. Jain, J. M. Ottino and R. M. Lueptow "Effect of interstitial fluid on a granular flow layer" *J. Fluid Mech.* **508**, 23 (2004).
  - [14] C. Cassar, M. Nicolas and O. Pouliquen "Submarine granular flows down inclined plane" *Phys. Fluids* **17**, 103301 (2005).
  - [15] D. Doppler, P. Gondret, T. Loiseleux, S. Meyer and M. Rabaud "Relaxation dynamics of water-immersed granular avalanches." *J. Fluid Mech.* **577**, 161 (2007).
  - [16] P. Philippe and D. Bideau "Compaction dynamics of a granular medium under vertical tapping." *Europhys. Lett.*





## Résumé

Le cadre général de cette thèse est d'obtenir une meilleure compréhension des écoulements géophysiques comme les glissements de terrains. Dans tous ces événements, on sait que le couplage entre milieu granulaire et fluide interstitiel joue un rôle important. Lors du démarrage, la présence d'eau influe sur la déformation des sols ; ainsi, des sols initialement différents se comportent différemment.

Cette thèse présente une expérience et un modèle mettant en évidence les phénomènes physiques lors du déclenchement des avalanches immergées. Notamment, la dynamique de l'avalanche dépend fortement de la fraction volumique de l'empilement initial, le déclenchement étant fortement retardé lors d'une légère compaction initiale.

## Abstract

Initiation of underwater granular avalanches : influence of the initial volume fraction. The aim of this thesis is to obtain a better understanding of geophysical flows like landslides. In those events, the coupling between the granular material and the fluid play an important role during the initiation.

This thesis studies physical phenomenon during the initiation of underwater granular avalanches with an experiment and a model. The flow is shown to strongly depends on the initial volume fraction, its initiation being dramatically delayed by a slight initial compaction.

## Mots clés

matériaux granulaires, fraction volumique, rhéologie, équation diphasique

Laboratoire IUSTI  
Groupe Ecoulements de Particules (GEP)  
5 rue Enrico Fermi  
13453 Marseille cedex 13  
FRANCE

